LOGICA Y TEORIA DE LA CIENCIA

LOGICA DEL TIEMPO

Jean - Louis Gardies

PARANINFO S.A.

871

LOGICA DEL TIEMPO

Jean-Louis Gardies

lógica del tiempo

1979

Colección
Lógica y Teoría de la Ciencia

PARANINFO S.A.
MADRID

Traducido por
JAVIER ORDOÑEZ
Doctor en Filosofía. Profesor de Lógica de la Universidad Complutense de Madrid.

Revisado por
PASCUAL MARTINEZ FREIRE
Profesor agregado numerario de Lógica de la Universidad Complutense de Madrid.
Vicedecano de la Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación de la Universidad Complutense de Madrid.

© Presses Universitaires de France
© de la edición española, PARANINFO, S.A. - Madrid (España)
© de la traducción española, PARANINFO, S.A.- Madrid (España)

Título original francés:
LA LOGIQUE DU TEMPS
publicado por PRESSES UNIVERSITAIRES DE FRANCE

Reservados los derechos de edición,
reproducción o adaptación para
todos los países de lengua española

IMPRESO EN ESPAÑA
PRINTED IN SPAIN

ISBN: 84-283-1014-9
Depósito Legal: M. 6210 - 1979

PARANINFO S.A. Magallanes, 25 - Madrid (15)

Gráf. Lormo – Isabel Méndez, 15 - Madrid-18 (3-2717)

INDICE

Páginas

LISTA DE LOS PRINCIPALES SIMBOLOS 7

INTRODUCCION 9

Capítulo 1.– PRIMERAS DIFICULTADES Y PRIMEROS ENSAYOS: LOS PRECURSORES 14

1. La búsqueda del reloj absoluto 14
2. Aristóteles y los futuros contingentes. Diodoro cronos y el papel del tiempo en la implicación 18
3. Las reducciones megaro-estoicas de las modalidades a la consideración del tiempo 21
4. Las proposiciones modales temporalizadas de la tradición islámica . . . 25
5. La teoría escolástica de la ampliación 27
6. Los esfuerzos del siglo XIX por arrojar el tiempo fuera de la cópula . . 28
7. De Russell a J.N. Findlay 30

Capítulo 2.–LA LOGICA DEL TIEMPO Y DE LAS MODALIDADES 33

1. La determinación de un sistema modal privilegiado por medio de una transposición temporal. Situación de este sistema entre S4 y S5. Matrices de Prior, de Kripke y de Lemmon 33
2. La primera definición megárica de las modalidades en el origen de las lógicas de la datación. La definición diodoriana de las modalidades en el origen de las lógicas del tiempo gramatical 43

Capítulo 3.–LAS LOGICAS DEL TIEMPO GRAMATICAL 47

1. Las lógicas del tiempo gramatical no mensurable el sistema minimal K*t*. Adición sucesiva de las diversas propiedades: transitividad, linealidad, infinitud, densidad, continuidad 48
2. Las lógicas del tiempo gramatical mensurable sistema minimal e introducción de las diversas propiedades 58

Capítulo 4.–LAS LOGICAS DE LA DATACION 67

1. El sistema topológico de Rescher y Garson. La cuasi-constante "ahora": su redundancia, su transparencia; "ahora" y "aquí" 67
2. Relación entre las lógicas de la datación y la lógica del tiempo gramatical. Referencia al funtor de la anterioridad. Construcción de distintas propiedades a partir del sistema minimal R 73

Capítulo 5.–"AYER", "MAÑANA", "ACTO SEGUIDO", "DESPUES", "DESDE", "HASTA" 82

1. Se dará el caso en el momento siguiente que "*p*" y se ha dado el caso en el momento precedente que "*p*" (D. Scott) 83
2. "Ahora *p* e inmediatamente después *q*" (G. H. Von Wright) 88
3. "Ahora *p* y después *q*". (G.H. Von Wright) 92
4. "En otro tiempo *p* y después *q*". (G.E.M. Anscombe) 95
5. Reductibilidad de otros funtores temporales a "*q* desde que *p*" y "*p* hasta que *q*". (H. Kamp) 97

Capítulo 6.–LAS LOGICAS DE LA ACCION, DEL MOVIMIENTO Y DE LA HISTORIA 102

1. La lógica de la acción (G.H. Von Wright) 102
2. La lógica de la sucesión de los estados del mundo (Meredith, Prior, Rescher y Urquhart) 105
3. La lógica tomista del movimiento (L. Larouche) 111
4. La lógica direccional según Hegel. (L.S. Rogowski) 115

CONCLUSION 121

BIBLIOGRAFIA 125

LISTA DE LOS PRINCIPALES SIMBOLOS

$\sim p$	no p (negación)
$p \,\&\, q$	p y q (conjunción)
$p \vee q$	p o q (disyunción no exclusiva)
$p \supset q$	si p entonces q (implicación)
$p \equiv q$	p sí y solamente sí q (equivalencia)
$p \not\equiv q$	o bien p, o bien q (disyunción exclusiva, alternativa)
Ax	el indivíduo x es un A (predicado)
$\forall x$	para cualquier x... (cuantificador universal)
$\exists x$	existe al menos un x tal que... (cuantificador existencial)
$\Box p$	es necesario que p
$\Diamond p$	es posible que p
$T_t(p)$	se da en el instante t que p
$T_n(p)$	se da ahora que p
$T_p(p)$	se ha dado el caso que p
$T_f(p)$	se dará el caso que p
Pp	se ha dado el caso que p
Hp	se ha dado siempre que p
Fp	se dará que p
Gp	se dará el caso siempre que p
$T_s p$	se dará el caso en el instante inmediatamente siguiente que p
Yp	se dió el caso en el instante inmediatamente precedente que p
Pnp	se ha dado el caso, hace n, que p
Fnp	sucederá en n, que p
Utt'	el instante t es anterior al instante t'
Utn	el instante t es anterior al instante presente
Unt	el instante t es posterior al instante presente
$Utt'i$	el instante t es anterior al instante t' con una duración i
$Utni$	el instante t es anterior al instante presente con una duración i
$Unti$	el instante t es posterior al instante presente con una duración i
Tw_1pq	p ahora y q en el instante inmediatamente siguiente
Tw_2pq	p ahora y después q

$Tapq$	p en otro tiempo y después q
Φpq	q desde que p
Ψpq	p hasta que q

Símbolos particulares del capítulo VI

Ipq	se da el caso que p en lugar que q
$x \approx y$	los sujetos momentáneos x e y son simultáneos
$x < y$	x es el estado anterior del sujeto designado por y
Gxy	x e y son ambos estados momentáneos de un mismo sujeto
$Ax\alpha$	x' está en acto con relación a la propiedad α
$Fx\alpha$	x puede tener la propiedad α
$Px\alpha$	x está en potencia con relación a la propiedad α
$Mxy\alpha$	x mueve a y hasta conferirle la propiedad α
$Vy_1\, y_2\, \alpha$	el sujeto idéntico que manifiestan los sujetos momentáneos y_1 e y_2 sufre un cambio al término del cual y_2 adquiere en acto la propiedad α
Cpq	si p entonces q
Np	no p (negación debil)
$\mathbf{N}p$	no p (negación fuerte)
$\overrightarrow{N}p$	comienza a darse el caso que p
$\overleftarrow{N}p$	cesa de darse el caso que p
Tp	se da el caso que, y se da el caso solamente que, p (aserción fuerte)
$\overrightarrow{H}p$	se da el caso ya que p
$\overleftarrow{H}p$	se da el caso aún que p

N. B.—Para reducir al mínimo número los símbolos utilizados y preparar así la memoria del lector, no hemos dudado en transcribir numerosos sistemas, en lugar de obligarnos a presentarlos siempre en su escritura original, en la medida en que esta transcripción no altere su estructura. Sin esta toma de partido, la lista anterior hubiera sido mucho más larga.

NOTA DEL TRADUCTOR

Atendiendo a las sugerencias del autor, se han traducido las expresiones de carácter temporal *literalmente* del original francés, aún a riesgo de forzar el texto castellano, con objeto de conservar la "temporalidad" de las expresiones lógicas en su máximo rigor, y evitar desvirtuar así el contenido del libro.

Introducción

Uno de los principales creadores de la lógica moderna escribía en 1903: "El Tiempo ha sido considerado ordinariamente por los lógicos como un tema "extra-lógico". Nunca he compartido esta opinión. Más bien he pensado que la lógica no había alcanzado aún un estado de desarrollo suficiente para evitar que la introducción de modificaciones temporales de sus formas acarrease una grave confusión"[1]. Así expresaba Charles Sanders Peirce su creencia en el provenir de la lógica del tiempo, explicando porqué no le parecía llegada la hora de esta disciplina. De hecho, la primera mitad del siglo XX iba a transcurrir sin que los lógicos emprendieran seriamente la tarea de formalizar la racionalidad temporal.

Recordemos en efecto cómo la lógica contemporánea, tal como se edifica a fines del XIX y comienzos del XX, procede al análisis de la racionalidad al nivel elemental del *cálculo de predicados de primer orden.* Este análisis de lo racional se distribuye de algún modo en dos niveles:

—En la base, el *cálculo de proposiciones* establece las leyes que reglamentan la combinación de las proposiciones elementales entre sí, antes de toda consideración acerca del contenido mismo de estas proposiciones. Si las letras p, q, r, designan cada una una proposición elemental, el *cálculo de proposiciones* admite entre sus tesis, por ejemplo:

Si (si p, entonces q) y (si q, entonces r), entonces (si p, entonces r)

o también:

Si p y q, entonces p.

—Pero el simple *cálculo de proposiciones* no basta para dar cuenta de ciertos razonamientos en los cuales la atención debe aplicarse, no sólo a las relaciones que las proposiciones mantienen entre sí, sino también a la relación interior de cada proposición elemental. Así obtendríamos, con el *cálculo de predicados,* una nueva generación de tesis del tipo:

Si todo x tiene la propiedad P, entonces existe al menos un x que tiene la propiedad P,

o también:

---

[1] C. S. Peirce, *Collected Papers,* vol. IV, Cambridge, Massachusetts, The Balknap Press of Harvard University Press, 1967, §523, p. 406.

Si, para cualquier x e y, x está en la relación R con y, entonces, sea lo que sea x, está consigo mismo en la relación R.

En este segundo nivel, la proposición elemental cesa de estar globalmente simbolizada por una letra única: su simbolización se descompone en un *predicador* o *relator* (P en nuestro primer ejemplo, R en el segundo), cuyo papel corresponde, al *verbo* de nuestras lenguas indo-europeas, y en un cierto número de argumentos (uno en nuestro primer ejemplo, dos en el segundo), cuyo papel corresponde esta vez al sujeto y a los complementos de la gramática tradicional.

Si el *predicador* de nuestro moderno *cálculo de predicados* no corresponde más que *aproximadamente* al *verbo* de nuestras lenguas indoeuropeas, es porque éste último, según la célebre fórmula de Aristóteles, "añade a su propia significación la del tiempo"[2]. La lógica moderna en este punto se separa de la tradición gramatical para acercarse a la tradición matemática. Sin duda los matemáticos, en cuanto se sirven de la lengua vulgar, a falta de poder disponer de un intemporal, hablan en presente: "La suma de los ángulos de un triángulo *es* igual a dos ángulos rectos". Pero la justificación de este uso está probablemente en que las verdades intemporales son tales que, sea cual sea el momento, pertenecen al presente; a menos que convenga, más sencillamente, admitir con Bréal[3] que "este tipo de presente es el verbo tomado en sí mismo". Se da el caso de que siempre, desde el Renacimiento, los matemáticos han tomado la costumbre de sustituir cada vez más estos verbos por ideogramas (=, >, <) que corresponden a verbos incontestables deliberadamente desprovistos de toda flexión temporal, incluso si la trasposición que estamos obligados a dar oralmente nos impulsa a revestirlos de un tiempo. Si la lógica contemporánea está por alguna parte más cerca del lenguaje vulgar que de los algoritmos matemáticos, no es desde luego por aquí. Las variables de predicados que introduce en su discurso están tan desprovistas de flexión temporal como las constantes de predicados familiares a los matemáticos clásicos.

No se trata sin duda de que la racionalidad de la dimensión temporal *escape* totalmente a la lógica. Si admito las tres proposiciones siguientes cuyos verbos combinan el uso del pasado, del presente y del futuro:

Pedro ha estudiado

Quienquiera que ha estudiado es instruído

Quienquiera que sea instruído hará una brillante carrera,

---

[2] **Aristote**, *Organon*, trad. Tricot, París, Vrin, 1959, II, *De l'interprétation*, 3, p. 81.

[3] **BREAL**, *Essai de sémantique*, p. 339, citado por Charles **Serrus**, *Le parallélisme logico-grammatical*, París, Alcan, 1933, p. 164.

el cálculo de predicados me autoriza perfectamente a deducir de su reunión esta conclusión en el futuro:

Pedro hará una brillante carrera.

Me basta aquí con considerar *x ha estudiado*, *x es instruído*, *x hará una brillante carrera* como tres predicados diferentes sin preocuparme de marcar con un signo particular la flexión temporal de cada uno de estos verbos, para hacer sobre este ejemplo la aplicación de una tesis familiar del *cálculo de predicados*. La situación sería en cambio mucho más complicada si *el mismo* verbo se encontrara en un mismo razonamiento conjugado en tres tiempos diferentes. Estaríamos entonces obligados, a falta de una expresión específica de las flexiones temporales, a considerar *x ha estudiado*, *x estudia* y *x estudiará* como tres predicados diferentes, dejando escapar así por completo la parte común de su significación y las eventuales propiedades lógicas nacidas de esta comunidad.

Pero si los lógicos no se han preocupado antes de captar la racionalidad específica a la dimensión temporal, no es únicamente porque hayan tenido conciencia de disponer de los medios de bordear la dificultad en muchos casos. Después de todo, la lógica llamada *aristotélica*, clásicamente enseñada hasta el siglo XIX, confrontada con la necesidad de expresar relaciones, llegaba también en buen número de casos a bordear bastante pasablemente la dificultad. En una u otra de estas dos situaciones, basta con un ejemplo bien elegido para convencer a la lógica de la necesidad de reformarse o al menos de completarse. Sin embargo, así como la falta de una *Teoría de relaciones*, en particular, obligaría a la *lógica aristotélica* a dejar escapar una zona importante de la racionalidad matemática, la ausencia de un tratamiento lógico de las flexiones temporales no engendra por su parte en la lógica contemporánea ninguna debilidad comparable. La mayor parte de nuestros razonamientos matemáticos pueden muy bien prescindir de la consideración del tiempo. Y cuando la física ha obligado a las matemáticas a integrar la dimensión temporal, esta integración se ha apoyado en una asimilación previa del tiempo al espacio, lo cual no han dejado de deplorar ciertos filósofos, considerándolo una deformación.

Así, en tanto que la necesidad de dar cuenta del razonamiento matemático ha sido en la época moderna la ocasión de la construcción de la nueva lógica, el desarrollo suplementario de una formalización adaptada al tiempo no encontraría estímulo alguno en las necesidades de los matemáticos. Así pues, si la lógica limita sus pretensiones al fundamento de las estructuras matemáticas ya elaboradas con anterioridad a ella, no tendrá por qué ocuparse del tiempo. Pero si por el contrario pretende desbordar el marco en que los matemáticos tradicionalmente se habían encerrado, y no acepta renunciar *a priori* a ninguna forma de racionali-

dad, en una palabra, si nada de lo que es racional le es extraño, entonces no se reconocerá con derecho a dejar fuera de sí la consideración del tiempo.

De hecho, una simple reflexión sobre la racionalidad vulgar, tal como se da en el lenguaje corriente, basta ya para ponernos en presencia de esquemas específicamente temporales de razonamiento. Podemos así comparar con las tesis estrictamente lógicas del *cálculo de proposiciones* o del *cálculo de predicados* que evocamos anteriormente, estas tesis de un nuevo tipo, en las cuales las variables proposicionales p, q, etc., designan acontecimientos, en tanto que las variables temporales como t designan momentos del tiempo:

–Si p antes de q o q antes de r, entonces p antes de r;

–p al mismo tiempo que p;

–A veces p o a veces no p;

–En el momento t p y q, si y sólo si en el momento t p y en el momento t q;

–Si se ha dado el caso de que p, entonces se dará siempre el caso de que se ha dado el caso de que p.

Tales formas lógico-temporales entran innegablemente en juego en muchos de nuestros razonamientos. La posibilidad misma de usar variables para su expresión, como nosotros nos hemos permitido hacer, nos deja al menos presentir que las proposiciones que rellenarán estas formas tendrán una validez totalmente independiente de su contenido. Tales proposiciones son pues, evidentemente, *formalizables.* En esta formalización consiste lo que hemos llamado aquí la *lógica del tiempo*.

En la exposición de los diferentes trabajos consagrados a esta disciplina, seguiremos el plan que nos ha parecido más natural para facilitar el acceso al lector profano:

1) El primer capítulo tratará de los precursores de la *lógica del tiempo* desde la Antigüedad hasta mediados del siglo XX.

2) El segundo estudiará la relación históricamente privilegiada de la *lógica del tiempo* con la *lógica modal*, puesto que, como veremos, la primera parece haberse dado siempre sobre las huellas y a la sombra de la última.

3) Los cuatro últimos capítulos expondrán los trabajos del tercer cuarto del siglo XX, ciñéndose, por razones pedagógicas, tan estrechamente como sea posible a las formas gramaticales de expresión del tiempo. Así, dado que la temporalidad se expresa primero gramaticalmente por el *tiempo* del verbo, el capítulo III tratará de las *lógicas del tiempo gramatical* (pasado, presente, futuro).

4) Como las lenguas indo-europeas expresan también la temporalidad mediante la indicación circunstancial de la fecha, el capítulo IV tratará de las *lógicas de la datación*.

5) Finalmente, la gramática expresa el tiempo por medio de adverbios y preposiciones: "ayer", "mañana", "en seguida", "desde", "hasta", etcétera. El capítulo V estudiará pues la lógica de los funtores correspondientes.

6) Un último capítulo expondrá los principales sistemas elaborados al margen de la lógica del tiempo, para captar tal o cual concepción filosófica del cambio, de la acción o de la historia.

Hemos tratado de presuponer, por parte del lector, el mínimo de conocimientos lógicos. Cuando no obstante nos hemos visto obligados a apelar a un cierto saber previo respecto de nuestro tema, (por ejemplo en *lógica modal*), nos hemos esforzado nosotros mismos por presentar someramente lo que el lector debía conocer y por hacerlo progresivamente, al hilo de los capítulos, en función de las necesidades.

1 Primeras dificultades y primeros ensayos: Los precursores

La facilidad con que se ha desarrollado esa lógica del espacio que es la geometría contrasta con las enormes dificultades que ha atravesado el desarrollo de la lógica del tiempo. A mediados del siglo IV, Eudoxio de Cnido, al establecer el volumen de la pirámide y del cono, había inaugurado los métodos en los que el historiador de las ciencias puede ya reconocer algo análogo a nuestros modernos procedimientos de integración. La lógica específica del espacio marcaba así paradójicamente un cierto avance incluso sobre la lógica fundamental del discurso vulgar, si no hacemos ir más allá que Aristóteles los resultados que se encuentran consignados en la obra de éste. Este avance considerable de la geometría, que le ha permitido mantenerse hasta Spinoza y aún más como paradigma de la ciencia, no hace sino más considerable el retraso de la *lógica del tiempo*.

1. LA BUSQUEDA DEL RELOJ ABSOLUTO

El paralelismo tradicional entre el espacio y el tiempo objetivos es engañoso. Sin duda se ha podido hacer valer que nuestra experiencia íntima del tiempo era más inmediata que la del espacio; es verdad que se puede decir del tiempo, no del espacio, que nos es dado con la conciencia misma. Pero esta inmediatez es precisamente el principal obstáculo para un conocimiento objetivo. Si el espacio afirma más evidentemente su realidad ante nosotros, frente a nosotros, a nuestro alrededor, es que es el elemento mismo de la objetividad: los objetos de nuestro entorno no son tales, es decir, no guardan para nosotros su realidad independientemente de las percepciones que tenemos de ellos, más que en la medida en que los repartimos en un espacio en el que nuestra mirada pueda, sucesivamente, abandonarlos y reencontrarlos. Si no vemos el espacio mismo, al menos vemos los objetos en el espacio, e incluso no llegamos a establecerlos en la constancia de su identidad y de sus límites más que por el espacio. En cambio, no tenemos ninguna experiencia análoga del

tiempo, el cual no nos es dado nunca más que por mediación de los cambios o de los movimientos percibidos. Aristóteles señala que, en los estados en los que el alma no cambia, como el estado de sueño, el tiempo cesa de sernos conocido. Esta referencia indispensable del tiempo al cambio y al movimiento era tanto menos estimulante para la filosofía griega, cuanto que para ella el movimiento era esencialmente ilimitado e indefinido, era, dice Bréhier[1], "ese elemento rebelde al pensamiento conceptual que los platónicos llamaban lo *otro* o lo *desigual*".

Las dificultades que la Antigüedad griega y la Edad Media musulmana y cristiana tenían para obtener una concepción objetiva del tiempo se encuentran resumidas en una frase de Averroes[2]: "O bien el tiempo no tiene existencia fuera del alma; o bien, si existe fuera del alma, resulta de todo movimiento, y los tiempos son entonces múltiples como lo son los movimientos; o bien es la consecuencia de un solo y único movimiento, en cuyo caso, quien no percibe ese movimiento, no tiene la sensación del tiempo. Todo esto es imposible". Pues si es verdad que nuestra experiencia interior del tiempo no proporciona ninguna base objetiva, la multiplicidad de los movimientos que podemos elegir para establecer nuestra referencia nos obliga, si queremos conservar en el tiempo, la unidad que parece serle tan indispensable como al espacio, a privilegiar uno de los movimientos de la naturaleza que podamos identificar *con el* tiempo mismo.

Esta búsqueda del reloj absoluto, es decir, del movimiento de la naturaleza que decidiremos que será el tiempo, no se da sin paradoja. ¿En qué reconoceremos, en efecto, que un movimiento es susceptible de medir el tiempo? A esta cuestión un autor como Gregorio de Rímini[3] responde, antes y después de muchos otros, que la condición suficiente es que un movimiento tal sea continuo y regular. Pero cabe preguntarse cómo nos aseguraremos de la regularidad de un movimiento tal, sino mediante la comparación de este movimiento con otro ya reconocido como regular, y en definitiva, por referencia al espacio y al tiempo mismo, que sería necesario suponer como previamente percibido de alguna otra manera, si la regularidad del movimiento se define a su vez por el recorrido de espacios iguales en tiempos iguales. Así, si la objetividad del tiempo se refiere al movimiento uniforme, la uniformidad del movi-

---

[1] E. **Brehier**, *Histoire de la philosophie*, I, I, París, Presses Universitaires de France, 1963, p. 211.

[2] *Commentaria magna in libros Physicorum Aristotelis*, lib. IV, summa III, De tempore, cap. III, comm. 98, citado por **Duhem**, *Le système du monde*, VII, París, Hermann, p. 384.

[3] **Duhem**, *ibid.*, p. 379.

miento no se define ella misma en último extremo sino mediante la vuelta a la objetividad del tiempo. No hay que extrañarse pues de que, en tanto que el movimiento era la única medida del tiempo que les fue dada, los filósofos desde la Antigüedad hasta los tiempos modernos no hayan dudado en definir inversamente el tiempo como el número (Aristóteles), la medida (Grazadei d'Ascoli) o la magnitud (Leibniz) del movimiento[4], sin parecer darse cuenta de la circularidad de estas definiciones.

En cualquier caso, la tradición occidental, al menos desde los albores de la filosofía griega, había ligado la objetividad del tiempo al solo movimiento de los cuerpos celestes. Los pitagóricos ya tomaban de la creencia en la divinidad de los cuerpos celestes la garantía de la uniformidad de su rotación. En la construcción del sistema astronómico, tal como lo veía Platón, no había más que movimientos, por un lado, circulares, y por otro, uniformes. La irregularidad aparente del movimiento de los siete planetas se descomponía, gracias al genio de Eudoxio, en un sabio juego de movimientos uniformes de esferas homocéntricas (tres para el movimiento de la Luna, tres para el Sol, cuatro para cada uno de los otros planetas). Aristóteles buscaba el reloj primero en el movimiento diurno del primer móvil, cuya naturaleza divina le garantizaba que su desplazamiento no podía ser más que una rotación uniforme. El propio Copérnico no se atreverá a atacar el dogma de que las trayectorias de los cuerpos celestes son estrictamente circulares y uniformes en cuanto a su velocidad. Los historiadores de las ciencias se extrañan a veces de esta obstinación secular de los astrónomos que no será superada más que con Kepler, sin darse cuenta muchas veces de que esos astrónomos, admitiendo demasiado pronto que los cuerpos celestes no seguían una trayectoria circular y que su velocidad no era uniforme, habrían renunciado a disponer del único movimiento regular que les permitía marcar la objetividad del tiempo. Si la rotación uniforme de los cuerpos celestes ha sido objeto de un tal acto de fe por parte de los científicos, es porque ha jugado, en la ciencia y en la filosofía, el papel indispensable de un concepto regulador.

La conexión del tiempo con el movimiento único permitía justificar la representación objetiva de una linearidad engendrada por el paso de un único instante. "En el instante presente en el que hablo, escribe Pie-

[4] Para Aristóteles, el tiempo es "el número del movimiento según lo anterior y lo posterior" (*Physique*, IV, II, 219 b I). Para Grazadei, "el tiempo es la medida inmediata del movimiento" (**Duhem**, *Le système du monde*, VII, p. 327). Leibniz escribe en su *Carta a Thomasius* entre el 20 y el 30 de Abril de 1669: "El tiempo no es otra cosa que la amplitud del movimiento".

rre Auriol[5] en el siglo XIV, en este mismo instante presente, el rey de los Tártaros se sienta; no hay pues un instante presente para nosotros y otro para los Tártaros... Incluso aún cuando existieran varios Cielos, se diría con verdad que en el instante en el que hablo en este Mundo que rodea este Cielo, otro hombre habla en otro Mundo, bajo otro Cielo". De esta imposibilidad de que haya más de un instante presente, el mismo autor deducía la imposibilidad de que haya más de un tiempo, puesto que el tiempo mismo no estaba constituído más que por el transcurso de los instantes sucesivamente presentes. Kant, cuatro siglos más tarde, dirá con menos color: "El tiempo no tiene más que una dimensión; tiempos diferentes no son simultáneos, sino sucesivos"[6]. Esta representación de un tiempo unidimensional engendrado por el desligamiento de un instante puntual se encontrará, casi sin cambio, desde Aristóteles hasta nuestros días.

Pero una representación tal, incluso si aceptáramos cerrar los ojos a la fragilidad de sus justificaciones, no dejaría en sí misma de suscitar nuevas dificultades que numerosos autores, desde Arquitas de Tarento hasta Juan de Bassols, han expuesto complacientemente. Pues, en fin, lo que asegura la objetividad de este tiempo lineal no es evidentemente ni el pasado que ya no existe ni el futuro que todavía no existe ("praeteritum jam non est et futurum nondum est", escribía San Agustín[7]); uno y otro no existen evidentemente más que por nuestra representación; como decían los autores medievales, obtienen su realidad del alma. Sólo el presente puede tener una realidad objetiva, pero precisamente por su naturaleza puntual no es posible identificarlo ni con el tiempo ni con una parte del tiempo. De nuevo, como escribía San Agustín[8], "el presente mismo, si fuera siempre presente sin perderse en el pasado, ya no sería *tiempo*... por tanto, si el presente para ser *tiempo* debe perderse en el pasado, ¿cómo podemos afirmar que *es* él también, puesto que la única razón de su ser es no ser ya?". Por consiguiente, concluía Juan de Bassols[9], "jamás tenemos nada del tiempo, a no ser el presente, que no es ni un tiempo ni una parte del tiempo... Comprenda quien pueda". Sobre una base cuya objetividad es tan inaprehensible, ¿cómo llegar a fundar una lógica del tiempo?

---

5 Citado por **Duhem,** *Le système du monde,* VII, p. 371.

6 E. **Kant,** *Crítica de la razón pura,* Estética trascendental, 2.ª sección, "Del tiempo", 4,3.

7 *Confessions,* t. II, Collection des Universités de France, Paris, Société d'édition "Les Belles-Lettres", 1961, lib. XI, cap. XIV, p. 308.

8 *Ibid.,* trad. al francés de P. de **Labriolle.**

9 Citado por **Duhem,** *Le système du monde,* VII, p. 313.

2. ARISTOTELES Y LOS FUTUROS CONTINGENTES. DIODORO CRONOS Y EL PAPEL DEL TIEMPO EN LA IMPLICACION

Estas dificultades, si bien han impedido poner en pie una verdadera teoría formal del tiempo, análoga a lo que era la "lógica aristotélica" o "la geometría euclídea", no han bastado sin embargo para abatir toda reflexión lógica acerca de la naturaleza del tiempo. Que el tiempo no era indiferente al valor lógico de las proposiciones, había sido ya mencionado por Aristóteles en el capítulo 9 de *Sobre la interpretación,* en el cual se interrogaba acerca de la posibilidad de extender la validez del *principio del tercero excluido* a los acontecimientos futuros contingentes. Pues si se admite que el *principio del tercero excluido,* que establece que dada una proposición cualquiera y su negación una al menos es necesariamente verdadera, vale también para todos los acontecimientos futuros, entonces "nada es, ni nada deviene, sea por el efecto del azar, sea de manera indeterminada, nada que en el futuro pueda indiferentemente ser o no ser, sino que todo deriva de la necesidad, sin indeterminación alguna"[10]. "En virtud de este razonamiento –continuaba Aristóteles–[11] no habría ya nada que deliberar, ni de qué inquietarse, en la creencia de que si llevamos a cabo tal acción se seguirá tal resultado, y de que si no la llevamos a cabo no se seguirá tal resultado" La preocupación por conservar en su lugar la capacidad de decisión humana obligaría así al Estagirita a limitar la validez del *tercero excluido* a los acontecimientos pasados o presentes, así como a los acontecimientos futuros únicamente en el caso de que fuesen efecto de un determinismo conocido ¿Entre los acontecimientos que aún no son, no hay algunos que puedan ser o no ser y cuyas proposiciones que hoy los expresan no sean de esta suerte ni verdaderas ni falsas?

Pero esta reflexión sobre la interferencia del tiempo en el valor lógico de las proposiciones, que debía estar siglos más tarde en el origen de la *controversia* escolástica acerca de los *futuros contingentes,* y después, en la época contemporánea, de la construcción por Lukasiewicz de la primera lógica que no se vinculaba a la simple bivalencia de lo *verdadero* y lo *falso,* no ha tenido otra prolongación en la obra misma de Aristóteles. No fue este el caso en la *Escuela de Megara,* en la que uno de sus más destacados representantes, Diodoro Cronos[12], discípulo inmediato del fundador de la escuela, Euclides de Megara, que había

---

[10] Aristote, *Organon,* II, De l'interprétation, trad. Tricot, Vrin, 1959, p. 97.

[11] *Ibid.,* p. 99.

[12] *Cronos* es un sobrenombre que significa más o menos *caduco*. Hay que entender pues *Diodoro el Caduco* y no *Diodoro de Cronos,* como se encuentra a veces en ciertas obras contemporáneas.

sido a su vez discípulo de Sócrates, se vió inducido por dos temas diferentes a llevar bastante lejos su análisis de las repercusiones del tiempo sobre la lógica de las proposiciones.

El primero de estos temas se refería a lo que podíamos llamar la primera *querella de la implicación.* A finales del siglo IV a. de J. C., en efecto, otro representante de la misma Escuela de Megara, Filón, había dado, parece que por primera vez, la definición precisa de esta implicación que merece pues ser denominada *filoniana,* y que reinventarán Frege y Russell a fines del siglo XIX. ¿Qué significa la implicación:

Si p, entonces q,

o mejor, para hablar como los megáricos y los estoicos, que empleaban para designar las variables proposicionales no las letras del alfabeto, sino los números ordinales:

Si el primero, entonces el segundo?

Filón de Megara respondía que la implicación en cuestión es verdadera, con la única condición de que no sea a la vez su antecedente verdadero y su consecuente falso. Filón parece haber definido la implicación por una auténtica *tabla de verdad* que no se distingue de nuestras *tablas de verdad* que se enseñan actualmente sino por el orden de las líneas:

—Si el antecedente es verdadero y el consecuente es verdadero, la proposición es verdadera.

—Si el antecedente es falso y el consecuente es falso, la proposición es verdadera.

—Si el antecedente es falso y el consecuente es verdadero, la proposición es verdadera.

—Si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, la proposición es falsa.

Esta definición de la implicación conducía a Filón a *paradojas* que Russell reencontraría más o menos en los mismos términos en la época moderna. En efecto, obligaba a admitir por ejemplo como verdadera, en el caso de que fuera de día, la proposición:

Si es de noche, entonces es de día,

puesto que el antecedente, al ser falso y el consecuente verdadero, se encontraría en el caso mencionado en la tercera línea de la precedente *tabla de verdad.* Es al reintroducir la dimensión del tiempo en el interior del discurso lógico cuando Diodoro llega a justificar el sentido común en su negativa a admitir la verdad de una proposición tal: si esta proposición es falsa, declaraba Diodoro, es porque cuando la noche venga esta proposición comportará entonces un antecedente verdadero y un conse-

cuente falso. Pues si la implicación filoniana es simplemente aquella que comienza con lo verdadero y termina con lo falso, la implicación diodoriana es aquella que, comenzando con lo verdadero, *no podía ni puede* terminar con lo falso. En resumen, si la implicación filoniana puede expresarse como la implicación russelliana:

$$p \supset q$$

fórmula exactamente equivalente a:

$$\sim(p \,\&\, \sim q)$$

no podemos en cambio dar una formalización conveniente de la implicación diodoriana más que apelando a variables de tiempo:

Sea cual sea el momento t, no se da jamás que p sea verdadero en t y q falso en t

Lo que podríamos simbolizar bajo la forma:

$$\forall t \sim [T_t(p) \,\&\, \sim T_t(q)]$$ [13]

Así, para Diodoro, la significación de la proposición:

Si el sol ha salido, entonces es de día

se encuentra empobrecida, si se la liga a tal o cual suceso casual de la salida del sol. Esta proposición significa que no se da, en la serie de los tiempos sucesivos, una vez en la que el sol salga y no se haga de día.

Esta primera querella fue en su tiempo tan popular en el seno de la filosofía estoica nacida de la *escuela de Megara* que, varias generaciones más tarde, el poeta Calímaco, que vivía en Alejandría en el siglo II a. de J.C., cuenta en un epigrama que incluso los cuervos discutían sobre la techumbre de los tejados con sus graznidos sobre la verdadera implicación. Antes de que Lukasiewicz[14] recordara a nuestros contemporáneos la historia largo tiempo olvidada de esta primera querella, iba a renacer

[13] Para no forjar gratuitamente nuevos ideogramas, tomamos prestado de Nicolás **Rescher** y Alasdair **Urquhart**, *Temporal Logic*, Wien, New York, Springer Verlag, 1971, su notación "$T_t(p)$" para expresar que "p es actualmente verdadero en el momento t". La mayúscula "T" recuerda aquí evidentemente la inicial de la palabra inglesa *true*, verdadero. Los símbolos "$\forall$" y "$\sim$" se toman en el sentido, hoy habitual en lógica, de, respectivamente, cuantificador universal (*para cualquier* t o *para todo t*) y negación proposicional.

[14] *Contribution à l'histoire de la logique des propositions*. La traducción francesa de este artículo, publicado en su original polaco en 1934, se encuentra en J. **Largeault**, *Logique Mathématique*, textes, París, Armand Colin, 1972, coll. "U", pp. 9-25.

otra bastante parecida, al día siguiente de la publicación de los *Principia Mathematica*, con Bertrand Russell en el papel de Filón y Clarence Irving Lewis en el de Diodoro. No vamos a referirnos a ello aquí, pues la crítica llevada a cabo por Lewis contra la implicación russelliana, aunque muy próxima a las concepciones de Diodoro, no recurre exactamente a la intervención del tiempo, sino que más bien insiste en la conexión interior entre el antecedente y el consecuente.

3. LAS REDUCCIONES MEGARO-ESTOICAS DE LAS MODALIDADES A LA CONSIDERACION DEL TIEMPO

Las reflexiones originales de Diodoro concernientes a la lógica del tiempo habían dado lugar a otros desarrollos no menos interesantes por el lado de las modalidades. La lógica modal, rama de la lógica que se asienta sobre el aprovechamiento de las propiedades de los funtores *es necesario que... es imposible que... es posible que... es contingente que...*, había sido ampliamente inaugurada por Aristóteles, el cual había reencontrado entre las modalidades la misma estructura lógica, denominada tradicionalmente *cuadrado de Aristóteles*[15], que entre las proposiciones distribuídas según lo que nosotros llamamos hoy la *cuantificación*. En efecto, la relación indicada en *los Primeros analíticos* entre las cuatro situaciones A (*todos*), E (*ninguno*), I (*alguno:* al menos uno) y O (*alguno no*) es igualmente puesta de manifiesto en el *Sobre la interpretación* entre lo *necesario*, lo *imposible*, lo *posible* y lo *contingente*.

La idea común a la mayor parte de las tentativas emprendidas en la tradición megaro-estoica era, como veremos, reducir la lógica modal a la lógica del tiempo. En esta vía, la reducción más simple, la que los megáricos habían adoptado primero, consistía en definir lo posible y lo necesario del modo siguiente:

1.–*Lo posible es lo que está realizado en algún tiempo*,

cosa que puede ser también escrita bajo la forma:

Es posible que p si y sólo si $\exists t\ [T_t\ (p)]$[16]

---

[15] Puesto que la costumbre de representar esta estructura lógica por un esquema en forma de cuadrado se remonta sólo hasta Apuleyo (s. II d. de C.), Robert **Blanche** propone sustituir la denominación tradicional *de cuadrado de Aristóteles* por la de *cuadrado de Apuleyo.*

[16] Seguimos aquí en conjunto el análisis hecho por Nicolás **Rescher** por un lado en *Temporal modalities in arabic logic*, Dordrecht, Reidel Publishing Company, 1967, p. 35, y otro en **Rescher** y **Urquhart**, *Temporal Logic*, p. 5. Resulta importuno que **Rescher**, distinguiendo cuidadosamente la posición de los estoicos y la de los megáricos, atribuya por error, en el primero de estos dos textos, a los estoicos lo que conviene atribuir a los megáricos y viceversa. El símbolo "$\exists$" está tomado en el sentido, hoy habitual en lógica, de cuantificador existencial (*existe al menos un ... tal que,* o también, *por lo menos un...*).

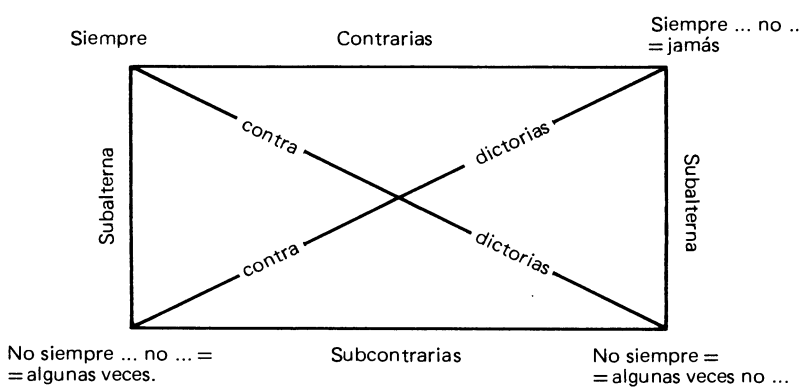
2.—*Lo necesario es lo que está realizado en todo tiempo*,

lo que también puede escribirse bajo la forma:

Es necesario que p si y sólo si $\forall t\ [T_t(p)]$.

Son sin duda estas definiciones las que darán en el siglo XII a Averroes[17] la idea de extender a la temporalidad el *cuadrado de Aristóteles* y de reducir así el cuadrado modal al cuadrado temporal.

Siempre p y *nunca p* son proposiciones *contrarias*, según decía la tradición aristotélica, hoy diríamos *incompatibles*. *Algunas veces p* es la *subalterna* de *siempre p*, *algunas veces no p* la *subalterna* de *nunca p*; diríamos hoy en cada uno de estos dos casos que la segunda proposición *implica* la primera. *Algunas veces p* y *algunas veces no p* son *subcontrarias*; diríamos, en vocabulario de Russell, que forman *disyunciones*. En cuanto a las dos parejas *siempre-no siempre y nunca-algunas veces*, que la tradición aristotélica calificaba de *contradictorias*, podríamos decir hoy que cada una constituye una *alternativa*. Admitiendo la equivalencia de *es necesario que p* con *siempre p*, de *es imposible que p* con *nunca p*, de *es posible que p* con *algunas veces p* y de *es contingente que p* con *algunas veces no p*, se reducen sin dificultad los cuadrados temporal y de las modalidades el uno al otro. Encontramos así mismo huellas de una tal construcción temporal de las modalidades en la Edad Media cristiana, en particular en Santo Tomás,[18], el cual escribe en el *"De Caelo"* que "lo que es siempre, no es tal por contingencia sino por necesidad", expresión confirmada por la presencia de su contraposición en la *Summa Theológica:* "Lo que es posible que no sea, a veces no es".



[17] Cf. **Rescher**, *Temporal modalities in arabic logic*, pp. 33-34.
[18] Citado por **Rescher**, *ibid.*, p. 35.

Pero la vía inaugurada por Diodoro Cronos y seguida por la tradición estoica era aún mucho más sutil. Definía las modalidades no por referencia a un instante cualquiera del tiempo, sino por referencia únicamente a los instantes presentes o futuros, con exclusión pues del pasado. Para Diodoro:

Es posible que p si y sólo si es ahora verdad o será verdad un día que p,

lo que Rescher propone simbolizar así:

$$\exists t[t \geqslant n \,\&\, T_t(p)]$$

en donde n es una constante que designa el instante actual (*ahora*, en inglés "*now*"). Así mismo, para Diodoro:

Es necesario que p si y sólo si es ahora verdad y será siempre verdad que p

$$\forall t[t \geqslant n \supset T_t(p)]^{19}$$

Es imposible que p si y sólo si no es ahora verdad ni será jamás verdad que p

$$\forall t[t \geqslant n \supset \sim T_t(p)]$$

No es necesario que p (= es contingente que *p) si y sólo si no es ahora verdad o no será verdad un día que p.*

$$\exists t[t \geqslant n \,\&\, \sim T_t(p)]^{20}$$

---

19 "$\supset$" es aquí el símbolo de la implicación; p $\supset$ q debe pues leerse *si p, entonces q*.

20 El lógico se dará cuenta de que esta formalización propuesta por Rescher nos obligaría normalmente a concluir que las cuatro modalidades así definidas no constituyen estrictamente un *cuadrado de Aristóteles*, al menos tal como habíamos caracterizado a éste. En efecto, las propiedades del moderno *cálculo de predicados* bastan para establecer que si las proposiciones que expresan aquí respectivamente lo *necesario* y lo *contingente* por un lado, lo *imposible* y lo *posible* por otro, costituyen parejas de *contradictorios*, en cambio
–*necesario* e *imposible* no son aquí incompatibles;
–lo *necesario* no implica aquí lo *posible* más que lo *posible* implica lo *contingente*;
–finalmente, *lo posible* y lo *contingente* no forman aquí una disyunción.
Esto no se debe sin embargo a un defecto de la transposición de Rescher. Esta transposición nos parece tanto más fiel y sus características tanto más fácilmente imputables a Diodoro mismo, cuanto que estas dificultades son exactamente análogas a las que los lógicos contemporáneos encuentran al analizar el *cuadrado de Aristóteles*, tal como el Estagirita mismo expone en el caso de las proposiciones cuantificadas. Sabemos en efecto que las dos proposiciones *Todos los hombres son buenos* y *Ningún hombre es bueno* no son, en pura y simple lógica, *incompatibles* (estas dos proposiciones serían verdaderas las dos en un conjunto que no incluyera entre sus elementos a los hombres), lo mismo que no es posible deducir de *Todas las diosas son inmortales* que *existe al menos una diosa inmortal*. En el caso presente, para que las modalidades diodorianas constituyesen un estricto *cuadrado de Aristóteles*, habría que añadir al universo del discurso la condición suplementaria

$$\exists t(t \geqslant n).$$

Es para justificar esta definición de lo *posible* por lo que Diodoro había formulado su "κυριεύων λόγος". Este "*argumento capital*" consistía en yuxtaponer tres proposiciones de las cuales las dos primeras se consideran impuestas por su evidencia y la tercera se presentará como una negación de la definición diodoriana de lo *posible*:

1—*Toda proposición verdadera que se refiera al pasado es necesaria.*

2—*Lo imposible no se sigue de lo posible.*

3—*Algo que ni es verdadero ni lo será es posible.*

En el espíritu de Diodoro, estas proposiciones eran, las tres entre sí, incompatibles. La evidencia, que era difícil negar a las dos primeras, obligaba pues a concluir rechazando la última, es decir, a admitir que:

Si no es verdad ni será verdad que p, no es posible que p.

proposición que el reconocimiento implícito de lo que llamamos hoy *ley de De Morgan* autorizaba a Diodoro a considerar como equivalente a la proposición:

Si es posible que p, entonces es verdad que p, o será verdad que p.[21]

Una reducción tal de las modalidades a las normas estaba directamente ligada con la introducción del determinismo en la filosofía megárica y luego estoica, introducción que la tradición posterior a Cicerón atribuye a Diodoro. Pues si sólo lo que es verdad ahora o lo será algún día es posible, la acción en la que yo me reconozco en el presente como pudiendo elegir entre cometerla mañana o abstenerme, no merece hoy ser denominada *posible* más que si efectivamente la cometo mañana. Así, es esencialmente verdad a todas las acciones que yo no cometeré el que me era imposible cometerlas.

Señalemos, antes de volver a los estoicos, que la tradición filosófica nos proporciona una tercera forma de reducción temporal de las moda-

---

[21] Un resumen tan corto del *argumento capital* no puede sino ser extremadamente frágil. No nos ocultamos que un análisis un poco estricto de lo que aquí escribimos bastaría para mostrarlo. Pero nos limitaremos a evocar el histórico papel que el *argumento capital* ha jugado en los orígenes de la lógica del tiempo. Remitiremos al lector deseoso de aprender más a los estudios extraordinariamente avanzados que han sido publicados sobre este tema por los lógicos contemporáneos, y en particular: R. **Blanche**, Sur l'interprétation du κυριεύων λόγος, *Revue philosophique de la France et de l'Etranger*, vol. 15, 1965, pp. 133-149; A. N. **Prior**, *Past, present and future*, Oxford, At the Clarendon Press, 1967, pp. 32-34; **Rescher y Urquhart**, Temporal Logic, pp. 189-196.
Es interesante comparar las formalizaciones del razonamiento diodoriano intentadas separadamente en cada una de estas dos últimas obras. Lo que no obstante hace que la comparación sea muy delicada es que cada una de las tres proposiciones constitutivas del argumento capital es todo, menos unívoca. Así, Prior interpreta en particular la *sucesión* mencionada en la segunda proposición como consecuencia lógica, allí donde Rescher y Urquhart no ven, siguiendo a Zeller, más que una sucesión estrictamente cronológica. Todo el sentido del argumento se encuentra evidentemente cambiado.

lidades que podríamos calificar de *simétrica* con la reducción diodoriana: en vez de definir las modalidades por referencia al presente y al futuro, parece en efecto que ciertos autores han considerado preferible referirlas al pasado. Así Kant, hace alusión en su "*De mundi sensibilis atque inteligibilis forma et principiis*" al axioma de uso banal en ciertas enseñanzas de su tiempo[22]:

Todo lo que existe de modo contingente, en algún momento no ha existido.

Kant no cita este "axioma" más que para discutir su validez; pero esta discusión le proporciona la ocasión de precisar que no niega en cambio la validez de la proposición conversa, según la cual:

Todo lo que en algún momento no ha sido es contingente.[23]

El cotejo de las dos proposiciones, directa y conversa, autorizaría a plantear la equivalencia entre *lo contingente* de un lado, y de otro *lo que en algún momento no ha existido*; el testimonio de Kant parece indicar que una definición tal de lo contingente era enseñada a veces. Traspuesta en términos proposicionales esta equivalencia se expresa así:

Es contingente que p si y sólo si no ha sido verdad un día que p

$$\exists t[t < n \,\&\, \sim T_t(p)].$$

Presentada bajo esta forma, esta definición de lo contingente se deja comparar con suficiente facilidad con la presentación que hemos dado más arriba de la definición diodoriana como para que podamos dejar de comentar esta comparación: diremos que la reducción diodoriana nos parece más próxima al sentido común que la definición mediante la cual la acción para mí mismo contingente es, no aquella de la que me abstendré un día u otro del presente o del futuro, sino más bien aquella de la que me he abstenido una vez en el pasado.

4. LAS PROPOSICIONES MODALES TEMPORALIZADAS DE LA TRADICION ISLAMICA

Las investigaciones de los estoicos relativas a la lógica del tiempo debían aún tomar otra dirección que iba a tener importantes prolonga-

---

[22] "... tritum illud in quibusdam scholis: *Quicquid existit contingenter, aliquando non exstitit*", Kant, *La disertation de* 1770, trad. Mouy, 3.ª ed., Vrin, 1967, §29, p. 104. No seguimos aquí la traducción de Mouy, que tiene el grave defecto de hacer corresponder el pasado latino *non exstitit* con el presente "no existe".

[23] *Quicquid aliquando non fuit, est contingens, ibid.*, p. 106. Tampoco aquí seguimos la traducción de "fuit" por presente. Kant califica esta proposición de *verissima*.

ciones en la Edad Media, en particular en la filosofía islámica: esta dirección tendía a utilizar las propiedades lógicas del tiempo, y en este caso, no para reducir a éstas las modalidades merced a un procedimiento reduccionista, sino para combinarlas con las propiedades modales mismas a fin de obtener una gama más variada de modalidades que la de las cuatro que se barajaban en el *cuadrado de Aristóteles.* Esta necesidad de una serie de modalidades matizadas estaba ligada a la filosofía estoica, según subraya Rescher[24]. Los estoicos, en efecto, –recuerda éste–, distinguían tres tipos de cualidades (ποῖον):

1–La *propiedad* permanente (ποιότης);

2–La *disposición* durable (σχεσις);

3–El *estado* pasajero (εξις).

Al primer grupo se vincula un cierto tipo de necesidad permanente, que caracteriza por ejemplo la proposición *El hombre es un animal,* la cual es universalmente verdadera. A la unión del primer y segundo grupo *(propiedad o disposición)* se vincula una necesidad ya menos rigurosa, la que caracteriza por ejemplo la proposición *El hombre prudente actúa sabiamente,* la cual no es verdad más que en la mayoría de los casos. A la unión de los tres casos conjuntamente *(propiedad, disposición, o estado)* se vincula finalmente una necesidad atenuada hasta la simple posibilidad, como en la proposición *El hombre sano camina,* lo cual no es verdad más que en algunos casos.

Sobre esta vía abierta por los estoicos caminó ya Avicena; después un filósofo persa del siglo XIII, al-Qazwīnī al-Kātibī, expuso toda una teoría de las modalidades temporales cuidadosamente analizada por Rescher en *"Temporal modalities in arabic logic".* Nosotros nos contentaremos con remitir a este estudio de un sistema tan complejo que el propio autor, no disponiendo de medios de formalización tan eficaces como su moderno historiador, termina a veces por perderse. Indiquemos simplemente que al-Qazwīnī distingue seis tipos simples de proposiciones modales temporalizadas, que Rescher denomina respectivamente: *absolutamente necesaria, absolutamente perpetua, generalmente condicional, generalmente convencional, generalmente absoluta, generalmente posible.* La definición de los dos primeros de estos seis términos bastará para dar un ejemplo de la sutileza de los matices así obtenidos: la proposición *absolutamente necesaria* se caracteriza por el hecho de que *el precidado es necesariamente afirmado (o negado) del sujeto tanto tiempo como la esencia del sujeto se encarne en una existencia;* para obtener la definición de la proposición *absolutamente perpétua,* conviene reemplazar en la *definición* precedente *"necesariamente"*

[24] *Temporal modalities in arabic logic,* pp. 35-36; **Rescher y Urquhart,** *Temporal logic, p. 6.*

por *"perpetuamente"*. Algunas de estas seis modalidades se prestan a combinaciones de dos en dos. Así el lógico persa obtiene además, por conjunción a partir de las seis primeras, otras siete modalidades, esta vez compuestas. Para estos trece tipos fundamentales de proposiciones modales temporalizadas, por otra parte ya mencionadas y clasificadas en la obra de Avicena, al-Qazqīnī daba las reglas que permitían obtener sus contradictorios y sus diferentes conversos.

No parece que la tradición de la Edad Media haya conocido en la misma dirección desarrollos tan ricos, sin embargo, encontramos en el Pseudo-Scoto la distinción entre cuatro tipos de necesidades temporalizadas en las que Rescher cree reconocer las proposiciones *absolutamente necesaria, absolutamente perpetua, generalmente condicional y generalmente absoluta* de la tradición islámica. Se puede tratar de una influencia de la tradición islámica sobre la tradición cristiana o de una simple reinvención paralela a partir de un mismo punto de partida estoico.

5. LA TEORIA ESCOLASTICA DE LA AMPLIACION

Otra contribución a la *lógica del tiempo* viene dada por la teoría escolástica de *la ampliación*. La *ampliación* es ese ensanchamiento mediante el cual el sujeto recibe por su ajuste a la proposición misma una extensión cronológica más amplia de lo que el término deja esperar. Como explicaba en el siglo XIII Pedro de España[25], "cuando decimos: "un hombre puede ser el Anticristo", el término "hombre" no se aplica sólo a los que son ahora, sino también a los que serán. Se ha, pues, ampliado *(ampliatur)* a los seres futuros.

A fines del siglo XIV, Alberto de Saxe enumera diez reglas concernientes a la ampliación de las que sólo citamos tres a modo de ejemplo[26].

1—"La primera es ésta: todo término en suposición referido a un verbo en pasado es ampliado de modo que es tomado por lo que es o era."

Lo cual es formalizado por Rescher y Urquhart[27] en su notación que ahora nos es familiar:

$$Algún\ A\ era\ B = \exists x \{ [T_n(Ax) \vee T_p(Ax)] \& T_p(Bx) \};$$
$$Todo\ A\ era\ B = \forall x \{ [T_n(Ax) \vee T_p(Ax)] \supset T_p(Bx) \}.$$

---

[25] Citado por **Bochenski,** *Formale Logik,* Freiburg, Verlag Karl Alber, München, dritte Auflage, 1970, p. 200.

[26] Según **Bochenski,** *ibid.*, pp. 200-202.

[27] *Temporal logic,* p. 11. Como la constante *n* designa el instante actual, *p* designa aquí el pasado y *f* el futuro.

2—"Segunda regla: el término en suposición referido a un verbo en futuro es ampliado de modo que es tomado por lo que es o será".
Lo cual es formalizado por Rescher y Urquhart:

Algún A será B $= \exists x \{ [T_n(Ax) \vee T_f(Ax)] \& T_f(Bx) \}$;
Todo A será B $= \forall x \{ [T_n(Ax) \vee T_f(Ax)] \supset T_f(Bx) \}$.

3—"Octava regla: todos los verbos que, aunque en presente, son de naturaleza tal que pueden aplicarse a una cosa futura, o pasada o posible, así como a una cosa presente, amplían el término a todo tiempo, pasado, presente y futuro."
Lo cual se podría expresar sin duda[28], retomando el mismo tipo de formalización:

Algún A es B $= \exists x \ \exists t \ [T_t(Ax) \& T_t(Bx)]$;
Todo A es B $= \forall x \ \forall t \ [T_t(Ax) \supset T_t(Bx)]$.

6. LOS ESFUERZOS DEL SIGLO XIX POR ARROJAR EL TIEMPO FUERA DE LA COPULA

La curiosidad por una lógica específica del tiempo parece estar embotada en el origen de los tiempos modernos. En el momento mismo en que la dinámica galileana abría con fuerza las puertas de la ciencia, únicamente entornadas desde el siglo XIV gracias a la Escuela de Oxford y a Nicolás de Oresme, a nociones de implicaciones tan evidentemente temporales como las de *velocidad y aceleración*, el desarrollo combinado de la geometría analítica, del cálculo de derivadas y de los métodos de integración iba a desembocar en una espacialización del tiempo, cuyo éxito relativo parece haber desalentado investigaciones ya emprendidas o que hubieran podido encaminarse en otras direcciones. Leibniz, en cuyos innumerables borradores se encuentra tan frecuentemente el germen precursor de las teorías lógicas más recientes, parece muy en particular haber depositado toda su curiosidad relativa a la estructura lógica del tiempo en la aventura del cálculo infinitesimal.

---

[28] Rescher y Urguhart, que no hablan de esta regla, no se sienten inducidos a proponer su formalización. La que proponemos aquí está sujeta a discusión. La apelación a la formalización conduce a darnos cuenta de que la regla formulada por Alberto de Saxe en lenguaje vulgar es más ambigua de lo que parece a primera vista. *¿Algún A es B* significa que *algún A es a veces B* (sentido al cual corresponde nuestra formalización) o que *Algún A es siempre B?* En este último caso habría que reemplazar "$\exists t$" por "$\forall t$". Otra ambigüedad: podemos preguntarnos si una proposición como *Algún A es B* no debería más bien anotarse

$$\exists x \{ [T_p(Ax) \vee T_n(Ax) \vee T_f(Ax)] \ \& \ T_n(Bx) \}.$$

En lo sucesivo los esfuerzos de los lógicos, salvo raras excepciones, tenderán más bien a la eliminación que al reconocimiento de la originalidad de la dimensión temporal. En la tradición de la lógica llamada *aristotélica*, que pretendía analizar toda proposición en tres elementos, *sujeto, cópula y predicado*, bajo el esquema:

S *es* P

la eliminación de la dimensión temporal consistirá, en general, en decir que la pretendida temporalidad de la proposición no recae en absoluto sobre la cópula, que ésta en efecto expresa la coexistencia, sea estrictamente presente, sea intemporal, de dos conceptos que en cambio pueden, en sí mismos, ser objeto de una temporalización. El análisis consistirá pues en retirar el tiempo de la cópula, nudo de la proposición, para concentrarlo en uno de los dos términos, sujeto o predicado.

Así, la mayoría de los lógicos británicos discípulos de Hamilton ha considerado el tiempo como un elemento del predicado. Proposiciones como:

Este hombre era honesto,

Juan vendrá,

Ha venido ayer,

Alejandro era el hijo de Filipo

debían, según sus autores, analizarse bajo la forma:

Este hombre es un ser precedentemente honesto,

Juan es una persona que vendrá,

Es una persona que ha venido ayer,

Alejandro es una persona que era el hijo de Filipo[29]

Incluso en la propia tradición británica, otros autores como W. Minto preferían en ciertos casos considerar el tiempo como un elemento del sujeto, más que como un elemento de predicado: "por ejemplo, en "el trigo es caro", el sujeto no representa aquí el trigo colectivamente, sino el trigo en su curso actual en el mercado, el trigo en el presente"[30]. En la tradición germánica, la misma interpretación se encuentra ya en la primera mitad del siglo XIX por obra de Bernard Bolzano, el cual escribe en su *Wissenschaftslehre*[31]: "una proposición de la forma "el objeto

[29] Estos ejemplos, propuestos el primero por R. Whately, los dos siguientes por Francis Bowen y el último por Thomas Fowler son citados por **Prior**, *Time and modality*, Oxford, At the Claredon Press, 1957, p. 105, de quien los tomamos.

[30] W. **Minto**, *Logic inductive and deductive*, 1915 reprint, pp. 77-78, citado por **Prior**, ibid., p. 107.

[31] *Grundlegung der Logik* (*Wissenschaftslehre* I/II), Hamburg, Felix Meiner, 1963, pp. 208-209

A-tiene en el tiempo *t*-la propiedad b", para que sus elementos constitutivos aparezcan con la mayor distinción posible, debe ser expresada así: "el objeto A en el tiempo *t*-tiene-la propiedad b". Pues no es en el tiempo *t* donde sucede que la propiedad b esté unida al objeto A, sino que al objeto A, en la medida en que es pensado como algo que se encuentra en el tiempo *t*, (provisto pues de esta determinación), unimos la propiedad B".

Stuart Mill parece haber sido el único en protestar frente a estos esfuerzos por eliminar la dimensión temporal utilizando como medio la lógica tradicional. "Lo que afirmamos ser pasado, presente o futuro, escribe, no es lo que el sujeto significa, ni lo que el predicado significa, sino específica y expresamente lo que la predicación significa; lo cual no es expresado más que por la proposición en tanto que tal, no por uno u otro de los dos términos, ni por los dos. Es por ello por lo que la circunstancia del tiempo está propiamente considerada como vinculada a la cópula, la cual es el símbolo de la predicación, y no al predicado". Prior, del que tomamos esta cita, señala[32] que desgraciadamente el filósofo inglés no dió a este original enfoque el desarrollo que merecía.

7. DE RUSSELL A J.N. FINDLAY

El advenimiento de la lógica denominada *moderna* debía, en cambio, sugerir rápidamente la idea de extender a la expresión del tiempo ciertas propiedades del *cálculo de predicados*. Retomemos un ejemplo dado por Russell después de 1906: así como en la proposición

x es abogado

el sujeto gramatical *x* puede ser considerado como el argumento del predicado *es abogado*, de igual modo el complemento circunstancial de tiempo puede ser considerado como el argumento del predicado en la proposición:

La señora Brown no está en su casa en el momento t.

Desde entonces una forma proposicional temporal como:

En el momento t p y q, si y sólo si en el momento t p, y en el momento t q,

que tomamos como ejemplo en nuestra introducción, se presenta como una simple aplicación de la conocida tesis del *cálculo de predicados:*

$$\forall x(Ax \,\&\, Bx) \equiv \forall x Ax \,\&\, \forall x Bx.$$

---

[32] *Time and Modality*, p. 107.

Pero una aplicación tal de la lógica moderna, al permitir dar cuenta de un cierto número de tesis tan auténticamente temporales como:

Siempre p y q, si y sólo si siempre p y siempre q

corría el peligro de inspirar la idea, que por otra parte aflora con bastante frecuencia a la pluma de Russell, de que la lógica del tiempo no tenía ninguna originalidad, y de que *el cálculo de predicados* bastaba para dar cuenta de *todas* sus propiedades. Puesto que hay propiedades lógicas del tiempo que escapan por completo a toda posibilidad de reducción al *cálculo de predicados*, basta para convencerse con evocar el caso de las *temporalidades acumuladas*. Recordemos aquí otro ejemplo que ya habíamos dado en la introducción:

Si se ha dado el caso de que p, entonces se dará siempre el caso de que se ha dado el caso de que p.

¿Cómo podrían únicamente permitirnos las reglas de formación de las expresiones del *cálculo de predicados* una formalización equivalente al miembro de esta expresión "se dará el caso... de que se ha dado el caso..."?

La presencia de las temporalidades acumuladas es finalmente, en el ejercicio de la racionalidad, bastante corriente. No daremos más que dos ejemplos de ello, tomado el primero de San Agustín y el segundo de Santo Tomás. El autor de las "*Confesiones*", llevado en el libro XI a interrogarse acerca del lugar en el que futuro y pasado pueden existir, constata que en todo caso "estén donde estén, sean lo que sean, no *son* más que en cuanto presente"[33], puesto que si el futuro era como futuro, aún no sería, y si el pasado era como pasado, ya no sería. Esto le lleva a concluir que los tres tiempos clásicamente admitidos, *pasado, presente y futuro*, estarían más propiamente definidos como "el presente del pasado, el presente del presente, el presente del futuro"[34]. Séanos permitido esquematizar aquí las equivalencias implícitamente planteadas por San Agustín del modo siguiente:

x pasado = (x pasado) presente
x presente = (x presente) presente
x futuro = (x futuro) presente.

Pero estas equivalencias no deben confundirse con otro tipo totalmente distinto de referencia del *pasado* y del *futuro* al *presente*, del

---

[33] *Confessions*, trad. de P. de **Labriolle**, Collection des Universités de France, París, Societé d'édition "Les Belles-Lettres", 1961, lib. XI, cap. XVIII, p. 312. Este texto, al igual que el texto siguiente de Santo Tomás, es citado por **Prior**, *Past, present and future*, p. 9. Pero nos apartamos aquí del comentario que Prior hace de estos textos por pensar que no podemos interpretarlos como él.

[34] Confessions, *ibid.*, cap. X, p. 314.

que encontraremos expresión esta vez en St. Tomás: "El pasado es lo que ha sido presente, el futuro lo que será presente"[35], pues decir que un suceso es pasado significa no sólo que su *paseidad nos es presente*, sino también que *su presencia es pasada*; igualmente decir que es futuro significa no sólo que *su futuridad nos es presente*, sino también que *su presencia es futura*:

x pasado = (x presente) pasado

x futuro = (x presente) futuro.

La referencia a las *Confesiones* se encuentra en el primer texto contemporáneo (1941) en el que se expresa claramente la idea de la posibilidad de un verdadero "cálculo de los tiempos"; en su artículo titulado *Time: A treatment of some puzzles*[36], J. N. Findlay señalaba entonces que la práctica de los tiempos gramaticales de nuestros lenguajes naturales era ya suficientemente sistemática como para proporcionar la base de un cálculo formal. Lamentando que tal cálculo no haya sido aún desarrollado a partir de la lógica modal, Findlay proponía como ejemplos explícitos de teoremas que debían normalmente surgir de él, las equivalencias que acabamos de encontrar en estado implícito en San Agustín y en Sto. Tomás. Añadía además proposiciones más sutiles, como la que enuncia que todo suceso, pasado, presente o futuro, en el futuro será pasado[37]:

[(x presente) o (x pasado) o (x futuro)] $\supset$ (x pasado) futuro.

El indiscutible mérito histórico de Findlay consistió en abrir así la puerta a los trabajos de Prior y de su escuela. En este sentido, Findlay puede ser considerado como el último de los pioneros, o bien como el primer auténtico descubridor de nuestro objeto: la *lógica del tiempo*.

---

[35] *Sancti Thomae Aquinatis opera omnia*, tomus primus, commentaria in Aristotelis libros peri hermeneias et posteriorum analyticorum, Rome, ex typographia polyglotta S.C. de propaganda fide, 1882, liber I, lectio V, 13, p. 26. Santo Tomás ha expresado la misma idea en distintos sitios con términos ligeramente diferentes; por ejemplo ibid., liber II, lectio I, 5, p. 77: "si dicatur, *hoc erit*, idem est ac si diceretur, *hoc est futurum*; *hoc fuit, hoc est praeteritum*".

[36] Aparecido en *Australasian Journal of Psychology and Philosophy*, December 1941, pp. 216-235; reeditado en A.G.N. Flew, *Logic and language*, first series, Oxford 1961, cf. **Prior**, *Past, present and future*, pp. 8-10.

[37] La expresión que nosotros damos aquí está tomada de **Prior**, *ibid.*, p. 9, el cual corrige con acierto la simbolización indiscutiblemente desacertada que Findlay había utilizado en este caso. Prior hace asímismo la observación de que los teoremas sugeridos por San Agustín y Santo Tomás pueden todos deducirse únicamente de la proposición

x = x *presente*

Tal constatación entraña el peligro de hacer dudar del interés de estos teoremas, que pueden aparecer como el resultado de redundancias. Sin embargo, a través de estos ejemplos, la verdadera originalidad de Findlay consiste en haber imaginado la formalización de lo que hemos llamado las temporalidades acumuladas. Prior y su escuela obtendrán de ello la idea de teoremas análogamente construídos y en absoluto redundantes, como:

Si (se dará el caso que se dará el caso que p), entonces (se dará el caso que p).

2 La lógica del tiempo y de las modalidades

I. LA DETERMINACION DE UN SISTEMA MODAL PRIVILEGIADO POR MEDIO DE UNA TRANSPOSICION TEMPORAL. SITUACION DE ESTE SISTEMA ENTRE S4 Y S5. MATRICES DE PRIOR, DE KRIPKE Y DE LEMMON.

Hemos visto que la lógica del tiempo había estado asociada desde sus orígenes al desarrollo de la lógica modal. El renacimiento de la lógica del tiempo a comienzos de la segunda mitad del siglo XX tiene lugar igualmente sobre la estela de esta lógica modal, al menos tal como ha sido renovada desde 1917[1], dentro del clima general de reconstrucción de todos nuestros conocimientos lógicos, gracias a los trabajos de Clarence Irving Lewis y de su escuela. Estos autores, en efecto, han reedificado las modalidades sobre una base axiomática; pero los análisis a que se han dedicado, en vez de ponernos en presencia de *una* lógica modal, nos han hecho encontrarnos con varias lógicas que no son, ciertamente, extrañas unas a otras, sino que más bien se encajan por lo general entre sí, según un orden que permite considerarlas como más o menos fuertes. La clasificación establecida en la escuela de Lewis ha mantenido cinco principales sistemas modales numerados, desde el más débil al más fuerte, S1, S2, S3, S4, S5, sin que desde luego esta numeración de base impida imaginar otros peldaños inferiores, intermedios o superiores. Pasamos así de un sistema inferior a un sistema superior, sea por adición de un axioma suplementario, sea por sustitución de un axioma más débil por otro más fuerte, reconociéndose la debilidad relativa de un axioma respecto a otro en que el primero pueda deducirse del segundo, pero no viceversa.

---

[1] Fecha de aparición de *A Survey of symbolic logic* de C. I. Lewis.

Estos modernos trabajos han acarreado el resultado, algo desalentador, de que ninguno de los diferentes sistemas así determinados se impone a nuestra intuición con preferencia a otros mediante una evidencia particular. Esto es tanto más grave cuanto que el parentesco de estos sistemas entre sí, puesto de relieve por el ajuste de sus axiomáticas, no debe ocultarnos profundas diferencias de estructura. Así, si la lógica modal se ve llevada a tener como modalidades distintas no sólo:

—*es necesario que p*
—*es imposible que p*
—*es posible que p*
—*es contingente que p,*

sino también ciertas modalidades compuestas, como por ejemplo:

—*es posible que sea necesario que p*
—*es imposible que sea imposible que p*
—*es posible que sea necesario que sea imposible que p,*

el problema que se plantea es saber si estas modalidades, simples o compuestas, no son en ciertos casos reductibles unas a otras. Por su axiomática, en tanto que S1 y S2 admiten una infinidad de modalidades irreductibles, S3 no admite ya más que 42; S4 no tiene más que 14, y S5, reduce todas las modalidades a 6. Tenemos pues derecho a preguntarnos si, entre el gran número de sistemas modales determinados por la escuela de Lewis, la astuta definición de las modalidades a partir del tiempo, propuesta por Diodoro Cronos, no nos permitiría hacer una elección, es decir, seleccionar un sistema que podríamos así privilegiar en virtud de sus cualidades intuitivas.

Un rápido examen, sin la ayuda de un cálculo cualquiera, permite ya ver que el sistema modal S4, y con mayor razón aún todos los sistemas más débiles, guardan todo su valor intuitivo cuando damos a las modalidades la definición diodoriana, en tanto que el axioma suplementario, que añadido a S4 constituye el sistema S5, cesa en este caso de ser intuitivo y despoja con ello al sistema S5 de todo valor intuitivo. S4, en efecto, puede obtenerse[2] añadiendo a las reglas y axiomas del *cálculo de proposiciones* una definición, una regla y tres axiomas:

1—La definición consiste en reducir la posibilidad ($\Diamond$) a la necesidad ($\Box$) tomada ella misma como término primitivo indefinido:

$$\Diamond A \underset{\text{def}}{=} \sim \Box \sim A$$

[2] Entre las numerosas axiomatizaciones posibles de S4 retenemos aquí la más célebre y la más simple, combinación de un resultado obtenido por Lewis en 1932 con otro obtenido por Feys en 1950.

es decir:

Es posible que A $\underset{\text{def}}{=}$ *No es necesario que no A*

Tal definición es perfectamente intuitiva si sustituímos en ella *posible* y *necesario* por su definición diodoriana:

Es ahora verdad o será verdad algún día que A $\underset{\text{def}}{=}$ *No (es ahora verdad y será siempre verdad que no A).*

En efecto, la parte derecha de esta última definición es, en virtud de la *ley de De Morgan*, equivalente en sí misma a:

No es ahora verdad o no será siempre verdad que no A

Expresión a su vez equivalente a la parte izquierda de la definición.

2—La regla se expresa ordinariamente de la forma siguiente:

Si $\vdash$ A, *entonces* $\vdash \Box$ A

es decir, si "A" es una tesis ya establecida, "$\Box$ A" debe ella misma ser admitida como tesis. La transposición diodoriana de esta regla no la altera en absoluto; pues si "A" es una tesis es que esta proposición es verdadera independientemente incluso de cualquier condición temporal; es pues verdad ahora en particular y será siempre verdad que A.

3—Los tres axiomas se escriben:

$$\begin{array}{ll} \text{Ax 1} & \Box(p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q) \\ \text{Ax 2} & \Box p \supset p \\ \text{Ax 3} & \Box p \supset \Box \Box p \end{array}$$

siendo los tres tan intuitivos en su lectura modal como en su interpretación diodoriana:

Ax 1: *Si es necesario que si p entonces q, entonces si es necesario que p entonces es necesario que q,*

es decir:

Si es ahora verdad y será siempre verdad que si p entonces q, entonces si es ahora verdad y será siempre verdad que p entonces es ahora verdad y será siempre verdad que q.

Ax 2: *Si es necesario que p, entonces p,*

es decir:

Si es ahora verdad y será siempre verdad que p, entonces p[3]

[3] Señalaremos de pasada que la transposición diodoriana no permanece aquí intuitiva más que a condición de interpretar la "*p*" de "entonces *p*", no como un intemporal, sino como un presente. Así, para evitar toda ambigüedad deberíamos leer "entonces es ahora verdad que *p*". Cf. más arriba la nota 37 del cap. I.

Ax 3: *Si es necesario que p, entonces es necesario que sea necesario que p,*

es decir:

Si es ahora verdad y será siempre verdad que p, entonces es ahora verdad y será siempre verdad que es ahora verdad y será siempre verdad que p.

Según esto, el axioma que, añadido a la definición, a la regla y a los axiomas precedentes de S4 basta para dar S5 se escribe:

$$\text{Ax } 4 \qquad \Diamond \Box p \supset p.$$

La lectura modal de este axioma:

Si es posible que sea necesario que p, entonces p

no goza tal vez de una evidencia indiscutible, pero no choca de frente con nuestra intuición; cosa que no ocurre con su transposición diodoriana:

Si es ahora verdad o será verdad algún día que es ahora verdad y será verdad siempre que p, entonces p (= entonces es ahora verdad que *p).*

De esta última proposición es fácil proporcionar un contraejemplo: moriré algún día; ese día *será verdad que es ahora*[4] *verdad y será siempre verdad que estoy muerto*; por lo mismo, hoy ya debo admitir que *es ahora verdad o será verdad algún día que es ahora verdad y será siempre verdad que estoy muerto.* Así, si la transposición diodoriana de Ax 4 fuera verdadera, me permitiría deducir de la proposición precedente que *estoy muerto* ya ahora.

El razonamiento que acabamos de exponer, siguiendo a Prior, es suficiente para establecer que el sistema de las modalidades diodorianas se sitúa entre S4 y S5, y más exactamente, que es un sistema más débil que S5 (puesto que no admite Ax4) y por lo menos tan fuerte como S4 (puesto que recoge toda la axiomática, sin que sepamos aún si no deja lugar para algún axioma suplementario).

Pero la eliminación de las indeterminaciones a las cuales hemos accedido, supone que dispongamos de un instrumento más preciso de lo que es la mera apelación a la evidencia intuitiva, con la que nos hemos contentado hasta aquí.

---

[4] Señalaremos aquí que hay que interpretar el *ahora* como remitiendo no al presente de mi discurso actual sino a lo que será el presente de mi discurso indirecto, el día en que sea verdad etc. Asímismo se advertirá en el ejemplo que sigue que la lógica misma de nuestra exposición nos lleva a no respetar las reglas gramaticales de la *concordancia de los tiempos*, las cuales obedecen a consideraciones que no son necesariamente lógicas.

Tal instrumento, bajo forma de una *tabla de verdad* con infinidad de lugares, ha sido creado por Prior en los años 1955-1956[5]. Sea en efecto una proposición como *llueve en París* o *Pedro ha muerto*. Tales proposiciones pueden tomar el valor *verdadero* (1) o el valor *falso* (0) según los instantes del tiempo en que son pronunciadas. Puedo pues representar la tabla de verdad de estas proposiciones por medio de una serie infinita de cifras, 0 o 1, según que la proposición sea en cada instante verdadera o falsa. Así, la tabla de la proposición *llueve en París* podía ser:

0 1 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 0 1 etc.

siguiendo la alternancia del sol y de la lluvia, en tanto que la tabla de la proposición *Pedro ha muerto* será:

0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 etc.

("1" repetido hasta el infinito).

Con arreglo a las definiciones diodorianas de las modalidades podremos decir que *es necesario que p* en todo punto de la tabla de verdad de la proposición *p* marcado con un 1 y que no tenga a su derecha más que 1 (la dirección del tiempo viene representada por el movimiento de derecha a izquierda); de igual forma podremos decir *es posible que p* en un punto de la tabla de verdad si y sólo si este punto está marcado con un 1 o figura a su derecha al menos un 1. Así vemos en nuestro primer ejemplo que *es* siempre *posible que llueve en París,* sin que sea jamás *necesario* puesto que siempre habrá un 1 y siempre un 0 que podían surgir a la derecha en la infinidad de la sucesión. En cambio veremos que, en tanto que *es* siempre *posible que Pedro haya muerto, es necesario que Pedro haya muerto* a partir del primer 1 (instante mismo de su muerte) que surge en la serie. Así, podremos representar la tabla de verdad de una proposición "*p*", cuyos valores están aquí elegidos al azar, del modo siguiente:

p	0 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1	(hasta el infinito)
$\Diamond p$	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	(hasta el infinito)
$\Box p$	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1	(hasta el infinito)

La tabla de verdad así creada por Prior se muestra efectivamente incapaz de proporcionar un contra-ejemplo que permita rechazar uno de los axiomas de S4, en tanto que la tabla siguiente nos proporciona el

[5] Publicado en **Prior**, *Time and modality*, 1957, p. 23.

más simple de los contra-ejemplos que podamos imaginar para rechazar el axioma 4 del sistema de las modalidades diodorianas.

p	0 1 ("1" hasta el infinito)
$\Box p$	0 1 ("1" hasta el infinito)
$\Diamond \Box p$	1 1 ("1" hasta el infinito)
$\Diamond \Box p \supset p$	0 1 ("1" hasta el infinito)

Nuestras explicaciones precedentes bastan para hacer comprender cómo la primera línea de la tabla de verdad conlleva la segunda y como ésta conlleva la tercera. En cuanto a la cuarta línea, basta con recordar que, si el antecedente (aquí "$\Diamond \Box p$") de una implicación es verdadero (1) en tanto que el consecuente (aquí "p") es falso (0), la implicación es en sí misma falsa (0), en tanto que es verdadera cuando el antecedente y el consecuente son los dos verdaderos. Pues basta con que el axioma 4 tenga en alguna parte (aquí en el primer lugar) el valor 0, para que nos veamos obligados a rechazarlo fuera del sistema de las modalidades diodorianas.

Pero hasta ahora la matriz de Prior no ha hecho más que confirmar lo que el examen simplemente intuitivo del sistema nos había ya mostrado. Hemos visto que teníamos derecho a esperar que dicha matriz indicara si el sistema S4 se identificaba con el sistema de las modalidades diodorianas, o si por el contrario éste, sin llegar hasta S5, era algo más rico, es decir, comportaba tesis en sí mismas extrañas a S4. Prior[6], que primero había admitido sin prueba la identidad del sistema diodoriano con S4, iba a encontrar en 1957 una tesis extraña a S4 y que sin embargo concordaba con la matriz diodoriana[7]:

$$\Diamond \Box p \supset \Box \Diamond p.$$

Que esta tesis no puede sino estar siempre conforme con la matriz de Prior es susceptible de ser mostrado de la manera siguiente: para que la tesis tomara el valor 0, sería necesario que el antecedente tomara el valor 1 y el consecuente el valor 0; el consecuente ($\Box \Diamond p$) no podría tener valor 0 más que si el último de todos los valores sucesivos de p fuera él

---

6 Cf. Prior, *Past, present and future*, pp. 23 et s.

7 En efecto, la tesis diodoriana que encontró Prior era exactamente

$$\Diamond \Box p \supset \Box \Diamond \Box p$$

proposición que, según se descubrió algo más tarde, se dejaba deducir en el marco de S4 de la proposición más breve en la cual nos hemos detenido en interés de una simplificación pedagógica.

mismo 0 (si no, "$\Diamond p$" tendría siempre el valor 1) lo que bastaría para conferir a "$\Box \Diamond p$" siempre el valor 1; pero si pasamos ahora al antecedente ($\Diamond \Box p$), vemos que si el último de los valores sucesivos de p es 0, "$\Box p$" tomará siempre el valor 0, implicando por este mismo hecho siempre el valor 0 del antecedente; así, no pudiendo el antecedente tener el valor 1 cuando el consecuente toma el valor 0, toda la tesis no puede tener sino el valor 1. El sistema obtenido añadiendo esta nueva tesis a la axiomática de S4 es en general conocido como sistema S4.2[8].

En este mismo año de 1957 E. J. Lemmon iba a encontrar otra expresión satisfactoria para la matriz de Prior, aunque extraña a S.4:

$$\Box(\Box p \supset \Box q) \vee \Box(\Box q \supset \Box p)$$

en tanto que J. Hintikka encontraba por su parte otra expresión que respondía a las mismas características:

$$(\Diamond p \,\&\, \Diamond q) \supset [\Diamond(p \,\&\, \Diamond q) \vee \Diamond(q \,\&\, \Diamond p)]$$

cuya equivalencia con la expresión encontrada por Lemmon iba a ser rápidamente establecida. El sistema obtenido añadiendo a la axiomática de S4 la expresión encontrada por Lemmon o por Hintikka es designado como el sistema S4.3. Dummett y Lemmon establecieron algo más tarde[9] que si S4.2 es algo más fuerte que S4, S4.3 por su parte es algo más fuerte que S4.2, siendo a su vez S5 más fuerte que S4.3. Pero en tanto que se pensaba haber alcanzado con S4.3 una axiomatización completa del sistema de las modalidades diodorianas, Dummett descubrió una expresión satisfactoria para la matriz de Prior y sin embargo extraña a S4.3. Esta expresión, tal como ha sido simplificada por Peter T. Geach, puede escribirse así:

$$\Box[\Box(p \supset \Box p) \supset p] \supset (\Diamond \Box p \supset p).$$

Gracias a esta nueva expresión, ¿podía considerarse al fin que existía una axiomática capaz de fundar el sistema de las modalidades diodorianas, es decir, de indicarnos en la abundancia de las lógicas modales un sistema cuya evidencia intuitiva estaría asegurada con una cierta garantía?

Sin duda Saúl Kripke en 1963 y R. A. Bull en 1965 lograron demostrar que el sistema de las modalidades diodorianas era idéntico al que se obtiene añadiendo a S4.3 la fórmula de Dummett. Pero nada nos

---

[8] Esta designación, así como la de S4.3, se debe a **Dummett** y **Lemmon**, Modal logics between S4 and S5, *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, vol. 5, 1959, pp. 250-264.

[9] *Ibid.*

autoriza sin embargo a pensar que el sistema así obtenido goza de un privilegio intuitivo que le dé preferencia con respecto a todos los demás. Desde el punto de vista de la intuición racional, en efecto, la matriz de Prior comporta la debilidad de representar el tiempo no exactamente como una línea, sino como una sucesión de puntos discretos: en geometría, si se hace descansar sobre una línea orientada dos puntos, A y B, se puede muy bien considerar A y B como los extremos, es decir, como el primer y último punto del segmento [A, B]; pero entonces resulta imposible determinar un punto que pueda considerarse ya sea como el último anterior a A, ya como el primero posterior a B, puesto que, sea cual sea el punto que se elija sobre la recta anterior a A o posterior a B, habrá siempre un punto situado aún más cerca que aquél de A o de B. ¿No sería natural considerar del mismo modo la *línea* del tiempo? Así podríamos sin duda admitir que nuestra vida ha comenzado en un primer y que terminará en un último instante; deberemos entonces negar que haya existido un último instante anterior a nuestro nacimiento o que deba existir un primer instante inmediatamente posterior a nuestra muerte. Según esto se puede demostrar[10] que la fórmula de Dummett no es conforme a la matriz de Prior más que en la medida en que ésta, precisamente, responde a una sucesión de instantes distintos y que ya no sería por el contrario conforme a la representación, intuitivamente mucho más satisfactoria, de una sucesión temporal verdaderamente lineal.

Kripke y Bull han establecido de igual modo que, si se rechaza la discreción del tiempo, es decir, si se rehúsa considerar la proposición como una sucesión discontinua de valores de verdad, la definición diodoriana de las modalidades correspondería entonces exactamente al sistema S4.3. Estamos pues situados ante la elección entre al menos dos sistemas. Pero esto no es más que el comienzo de nuestra confusión. Pues la discontinuidad del tiempo no es el único defecto del que adolece, cuando se piensa en ello, la matriz de Prior; de su herencia diodoriana ha retenido no sólo lo mejor, a saber la idea de servirse del tiempo para dar una definición precisa de las modalidades, sino también lo peor, a saber las implicaciones filosóficas mal disimuladas detrás de la falsa inocencia de las especulaciones lógicas: el representarse el tiempo como una línea, ¿no supone en efecto aceptar a modo de dogma el determinismo universal? El tiempo no es verdaderamente lineal más que una vez transcurrido; a partir del instante presente, nuestra experiencia inmediata nos presenta más bien el futuro como un conjunto de líneas divergentes. ¿No sería conveniente pues representarse la matriz del presente como la encrucijada entre la vía única del pasado, a la izquier-

[10] Para esta demostración que renunciamos a exponer aquí, cf. por ejemplo **Prior**, ***Pasts, present and future***, pp. 29-30.

da, y las múltiples vías posibles entre las cuales el azar y la libertad encontrarán su camino, a la derecha?

Desde 1958, Saúl Kripke, retomando la idea diodoriana para reformarla, propuso definir

Es necesario que p

ya no por

Es ahora verdad y será siempre verdad en el futuro actualizado que p

sino por

Es ahora verdad y será siempre verdad en todos los futuros posibles que p;

Y así mismo propuso definir.

Es posible que p

ya no por

Es ahora verdad o será verdad en algún instante del futuro actualizado que p

sino por

Es ahora verdad o será verdad en algún instante de algún futuro posible que p.

Kripke establecía que el sistema modal acorde con tales definiciones, a las cuales era fácil hacer corresponder matrices, ya no lineales sino ramificadas, era idéntico al sistema S4; lo que equivale a decir que la lógica modal así obtenida es un subsistema de S4.2 y con mayor razón de S4.3.

Para no dar más que un ejemplo de demostración contentémonos con establecer que el axioma:

$$\Diamond \Box p \supset \Box \Diamond p$$

que bastaba, recordémoslo[11], añadir a S4 para obtener S4.2, no concuerda con la matriz de Kripke. Nosotros construiremos el contraejemplo siguiente:

t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	*Etc.*
	1	1	1	1	Etc. ("1" hasta el infinito)
	0	0	0	0	Etc. ("0" hasta el infinito)

[11] Cf. más arriba, pp. 38-39.

Situémonos en el instante t_0 ; si no hemos atribuído a este instante ningún valor particular, es porque este valor, 1 o 0, es indiferente para nuestra demostración. En el instante t_1, si se realizara la línea de la rama superior, como esta línea ya no comporta bifurcación y toma siempre el valor 1, tendríamos $\Box p$; por lo mismo, visto desde el instante t_0, "$\Box p$" aparece como uno de los posibles, o dicho de otro modo: $\Diamond \Box p$; es decir, el antecedente de nuestro axioma es verdadero en este caso. En cambio, en cada punto de la línea de la rama inferior, es falso que $\Diamond p$; por lo mismo, visto desde el instante t_0 "$\Diamond p$" no aparece como necesario, sería pues falso escribir: $\Box \Diamond p$; es decir, el consecuente de nuestro axioma es falso en este caso. Puesto que el antecedente de esta implicación es verdadero y el consecuente falso, la implicación es en sí misma falsa. Así el axioma no es verificado por la matriz.

Pero el reconocimiento de S4 como un sistema cuya interpretación temporal corresponde a otra representación del tiempo no desprovista de verosimilitud, desgraciadamente no pone fin a nuestra confusión. En efecto, Lemmon ha hecho observar que una ligera modificación de la matriz de Kripke permitía obtener otra matriz, con la cual esta vez el axioma característico de S4.3 continuaba no satisfaciéndola en absoluto: basta con imaginar que las ramas divergentes de la matriz de Kripke terminan por converger de modo que *al fin de los tiempos* no tendremos más que una línea única. Un vistazo al axioma característico de S4.2,

$$\Diamond \Box p \supset \Box \Diamond p$$

bastará para convencernos de que con la matriz de Lemmon es imposible esta vez construir un contra-ejemplo. Tal contra-ejemplo supondría en efecto que el antecedente fuese verdadero y el consecuente falso; pero para que el consecuente ($\Box \Diamond p$) fuera falso, sería necesario, o que el último valor de p (si el tiempo se detiene un día debe haber un último valor) fuera 0, o que (si el futuro del tiempo fuera infinito) no hubiera, a partir de un cierto punto, más que 0 sobre la línea hacia la cual el tiempo hubiera terminado por converger; pero en los dos casos el antecedente ($\Diamond \Box p$) tendría el valor 0.

Así, S4.2 se presenta a su vez, por sus justificaciones temporales, como un sistema modal no desprovisto de verosimilitud. Aquellos que dudaran de la seriedad de las pretensiones intuitivas de la matriz de Lemmon probarían únicamente que olvidan que una estructura tal del tiempo caracteriza a todas las teorías escatológicas, sean de origen religioso, filosófico, social, político o científico. El fin de la Historia, sea considerado como advenimiento de la Ciudad de Dios, del Espíritu Absoluto, o de la sociedad sin clases, o incluso como una mera catástrofe cósmica que

acarree la desaparición de la especie humana, se acomoda bastante bien a una representación semejante.

2. LA PRIMERA DEFINICION MEGARICA DE LAS MODALIDADES EN EL ORIGEN DE LAS LOGICAS DE LA DATACION. LA DEFINICION DIODORIANA DE LAS MODALIDADES EN EL ORIGEN DE LAS LOGICAS DEL TIEMPO GRAMATICAL.

Así pues, la lógica modal no ha recibido en definitiva de los intentos encaminados a reducirla a la lógica del tiempo todas las clarificaciones que podíamos esperar al principio. La lógica del tiempo no ha logrado poner un poco de luz en medio de la ambigüedad semántica de nuestras expresiones modales más que subrayando la ambigüedad de nuestra representación más ordinaria del tiempo. Sin embargo, el cordón umbilical, que por sus orígenes lo une a la lógica modal, ha dejado huellas ya sobre la estructural gramatical de nuestros modernos sistemas temporales. En efecto, veremos en el capítulo siguiente que las dos familias más importantes, al menos numéricamente, de sistemas temporales tienen su punto de partida en el análisis, una de la datación, la otra del tiempo gramatical.

Si nos detenemos en la primera definición megárica de las modalidades[1 2], es decir, si definimos lo *posible* como *lo que es a veces verdad* y lo *necesario* como *lo que es siempre verdad* en el pasado, en el presente y en el futuro del tiempo, la formulación gramatical del tiempo nos llevará a fechar nuestras proposiciones, siguiendo la tradición de las lenguas indo-europeas, mediante un complemento circunstancial de tiempo:

p en la fecha t

lo cual nos permite definir

Es posible que p

de esta manera

Existe un instante t, en el cual p

y definir

Es necesario que p

por

Sea el instante t el que sea, p

[1 2] Cf. más arriba pp. 21-22.

Esta lógica de la datación nos hubiera permitido proponer, siguiendo a Rescher, una formalización bastante simple y elegante de la primera definición megárica de las modalidades.

Pero si se prefiere la definición diodoriana de las modalidades, es decir, si se limita el campo temporal, al cual se refiere la expresión, al presente y al futuro con exclusión del pasado, habíamos visto[13] que, no sólo las expresiones en las que desembocamos eran claramente más complejas que en el caso precedente, sino que también necesitaban, además de los términos propiamente lógicos, una constante relacional ($\geqslant$) y una constante propiamente temporal (n) para designar el instante presente. Habíamos indicado asímismo en una nota[14] que las cuatro modalidades así definidas no podían constituir un *cuadrado de Aristóteles* sobre la única base de las propiedades lógicas de su definición.

En estas condiciones, ¿no sería más simple, para expresar el equivalente temporal de las modalidades, renunciar a la expresión directa de la datación, para preferir la de los tiempos que nuestras gramáticas indo-europeas ligan al radical del verbo, aunque parezca más normal considerar que este tiempo no afecta sólo al verbo de la proposición sino a toda la proposición? Nos bastará con el *presente*, al que nada, como hemos visto, nos impide identificar (según el uso frecuente de las gramáticas indoeuropeas) con lo intemporal

p

y con el futuro

Será algún día que p,

el cual exigirá en cambio un ideograma particular, lo mismo que reclama gramaticalmente una flexión particular para expresar lo *posible* al modo de Diodoro:

p o será algún día que p.

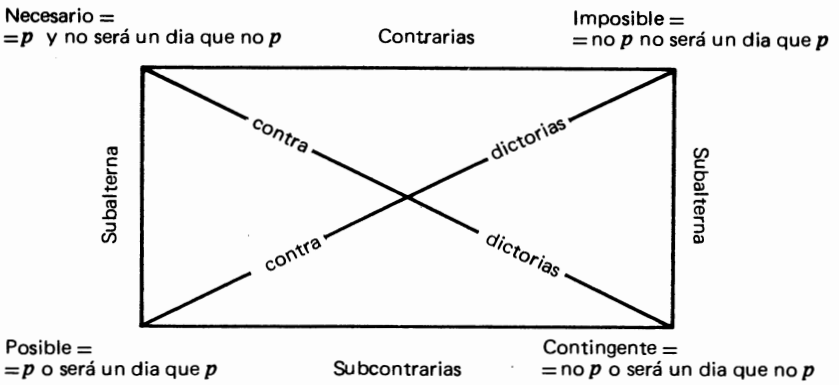
El mismo vocabulario nos bastará para expresar las otras tres modalidades. Por ejemplo, lo *necesario* se definirá así:

p y no será algún día que no p.

Tal lógica del presente y del futuro gramatical permitiría constituir el *cuadrado de las modalidades* bajo la forma siguiente:

---

[13] P. 23.
[14] P. 23, n. 2.



sin que sea necesario esta vez añadir un axioma suplementario para engendrar entre los cuatro términos las propiedades lógicas del *cuadrado de Aristóteles.* Pues sólo las propiedades del *cálculo de proposiciones* bastan[15] para demostrar que, en el esquema precedente, las dos expresiones superiores son incompatibles, que las dos expresiones inferiores forman disyunción y que cada expresión inferior está implicada por la expresión situada encima.

Si vamos ahora más allá de la simple preocupación por la expresión de las modalidades, nada nos impide añadir al tiempo del futuro un tiempo del pasado

Fue un día que p.

Igualmente a partir del futuro simple

Será un día que p

nos ha sido fácil construir

Será siempre que p

---

[15] Designemos en efecto por "φ" la proposición

Será un día que p

y por "ψ" la proposición

Será un día que no p

La tabla de verdad del cálculo clásico de proposiciones basta para mostrar que las cuatro expresiones

$$(p \,\&\sim \psi) \quad \supset \sim (\sim p \,\&\sim \varphi)$$
$$(p \vee \varphi) \quad \vee \quad (\sim p \vee \psi)$$
$$(p \,\&\sim \psi) \quad \supset \quad (p \vee \varphi)$$
$$(\sim p \,\&\sim \varphi) \quad \supset \quad (\sim p \vee \psi)$$

son tautológicas.

definiéndolo por la combinación de dos negaciones:

No será un día que no p

igualmente a partir del pretérito podemos construir

Ha sido siempre que p

por medio de la definición

No fue ningún día que no p.

Así, los intentos de resolver la lógica modal en términos temporales han conducido naturalmente a las nacientes lógicas del tiempo a deslizarse frecuentemente en uno u otro de estos dos tipos de vocabulario, fuera de los cuales, como veremos, otras lógicas del tiempo son sin duda concebibles, pero que no constituyen menos la base de las dos principales familias con las que nos encontraremos. Los anglosajones, que disponen de dos palabras, una para expresar *el tiempo del suceso* (*time*), otra para expresar *el tiempo gramatical del verbo* (*tense*), llaman *tense logic* a lo que estamos obligados a traducir en castellano, forzadamente, por *lógica del tiempo gramatical*, en tanto que ciertos autores reservan la apelación de *temporal logic* a lo que elegimos denominar en castellano *lógica de la datación* o *lógica cronológica*. *Time and tense*[16], tal es el título, intraducible en castellano, de una obra fundamental de Arthur N. Prior.

[16] *Papers on time and tense*, Oxford, At the Clarendon Press, 1968.

3 Las lógicas del tiempo gramatical

Acabamos de ver que las lógicas del tiempo gramatical son aquellas que se fundan en la distinción propia de las lenguas indo-europeas entre sus tiempos fundamentales: *pasado, presente y futuro*. Hemos señalado también que la expresión de uno de estos tres tiempos, el presente, no hace referencia a ningún ideograma particular, puesto que basta con admitir por convención:

Se da ahora que $p \equiv p$[1]

Las lógicas del tiempo gramatical pueden contentarse pues con introducir como vocabulario, además del del *cálculo de proposiciones,* los dos[2] *funtores proposicionales con argumento proposicional* (es decir, *funtores que forman una proposición a partir de un argumento que es él mismo de naturaleza proposicional)* clásicamente designados hoy por "F" y "P", de modo que "Fp" significa:

Se dará un día que p

y "Pp":

Se ha dado un día que p.

Si tal es la formulación más cercana a los tiempos gramaticales, nada nos impide acompañar la expresión del futuro o del pasado de un indice que mida la distancia entre el presente y el suceso futuro o pasado. El funtor "F" o "P" permanecerá en estas condiciones como funtor proposicional (puesto que siempre servirá para formar una proposición), pero entonces habrá dos argumentos en vez de uno solo: en tanto que uno de estos argumentos continúa siendo proposicional puesto que sigue designando el suceso proyectado al futuro o pasado, el otro será un

[1] "≡" es aquí el símbolo de la *equivalencia* o *doble implicación* proposicional.

[2] Veremos incluso, que en ciertos casos basta uno sólo de estos dos funtores.

argumento nominal que designa la distancia temporal. Así "F*np*" podrá significar:

Se dará en n unidades de tiempo, que p

y "P*np*".

Se ha dado hace n unidades de tiempo, que p.

Prior llama en inglés *metric tense-logic* a lo que traduciremos en castellano por *lógica del tiempo gramatical mensurable*; por oposición, el mismo autor llama *non metric tense-logic* a la *lógica del tiempo gramatical no mensurable*, es decir, a esa lógica del futuro o del pasado considerada independientemente de la medida de su distancia al presente, como es el caso ya en las lenguas indoeuropeas.

Estudiaremos sucesivamente las dos familias de sistemas edificadas sobre estas dos bases ya sensiblemente diferentes. En este capítulo, así como en los siguientes, preferiremos siempre, al orden cronológico de aparición de los sistemas, el orden lógico de su sucesión por adición progresiva de axiomas suplementarios. En lógica, lo mismo que en matemáticas, las grandes líneas de la edificación no aparecen en general más que tardíamente; si se da el caso de que sea el propio constructor el que las descubre, su descubrimiento se hace en general sobre su construcción una vez realizada, incluso si aquel permite entonces una reordenación de todo el edificio. Así el lector no debe extrañarse de oir hablar primero de sistemas recientes a continuación de sistemas más antiguos presentados curiosamente como obtenidos a partir de los sistemas recientes.

1. LAS LOGICAS DEL TIEMPO GRAMATICAL NO MENSURABLE EL SISTEMA MINIMAL K_t ADICION SUCESIVA DE LAS DIVERSAS PROPIEDADES: TRANSITIVIDAD, LINEALIDAD, INFINITUD, DENSIDAD, CONTINUIDAD.

El sistema considerado como el más elemental de este tipo es el *sistema minimal* (*minimal tense-logic*) al que su autor E.J. Lemmon (1965) ha denominado el sistema K_t. Como todo sistema axiomatizado, el sistema K_t admite *reglas de formación* de las *expresiones, definiciones, reglas de inferencia* y *axiomas*; estas *reglas, definiciones* y *axiomas* propiamente temporales vienen a añadirse a las *reglas, definiciones* y *axiomas* del *cálculo de proposiciones*, que nos abstendremos a menudo de mencionar a fin de no dificultar nuestro propósito, pero que el lector no debe sin embargo perder de vista.

A las *reglas de formación* de las expresiones del *cálculo de pro-*

posiciones conviene pues añadir la regla siguiente: *Si* "A" *es una* EBF (*e*xpresión *b*ien *f*ormada) "FA", "PA", "GA", *y* "HA" *son EBF.* A las *definiciones* del *cálculo de proposiciones* hay que añadir otras dos que tienen por finalidad, a partir de F y de P tomados ellos mismos como términos primitivos indefinidos, construir equivalentes de:

*Será siempre que p (G*p*)*

y

*Ha sido siempre que p (H*p*)*

a saber

$$Gp \underset{\text{def}}{=} \sim F \sim p$$
$$Hp \underset{\text{def}}{=} \sim P \sim p.$$

En cuanto a las reglas de *inferencia*, conviene añadir a las reglas de *sustitución*, de *separación* y de *reemplazamiento* del *cálculo de proposiciones*, las dos reglas siguientes:

Si $\vdash$ A, *entonces* $\vdash \sim F \sim A$
Si $\vdash$ A, *entonces* $\vdash \sim P \sim A$

Estas reglas significan que si "A" es una tesis del sistema (es decir, a fin de cuentas, si "A" representa una proposición válida en cualquier momento del tiempo), podemos deducir de ello sin peligro de errar, no sólo que *será siempre que* A (es decir, que *no será un día que no* A) sino también que *ha sido siempre que* A (es decir, *que no ha sido un día que no* A).

A los axiomas del *cálculo de proposiciones* conviene en fin añadir los cuatro siguientes:

$$\text{Ax } 1 \quad \sim F \sim (p \supset q) \supset (Fp \supset Fq)$$
$$\text{Ax } 1^* \quad \sim P \sim (p \supset q) \supset (Pp \supset Pq)$$
$$\text{Ax } 2 \quad F \sim P \sim p \supset p$$
$$\text{Ax } 2^* \quad P \sim F \sim p \supset p.$$

Acabamos de escribir estos cuatro axiomas evitando, según conviene en estricta ortodoxia axiomática, utilizar términos obtenidos por definición. Solo falta ver que, para verificar el carácter intuitivo de estos axiomas, es preferible reemplazar "$\sim$ F $\sim$" por "G" y "$\sim$ P $\sim$" por "H", lo que nos dará las expresiones equivalentes a las cuatro precedentes:

Ax 1 $G(p \supset q) \supset (Fp \supset Fq)$
Ax 1* $H(p \supset q) \supset (Pp \supset Pq)$
Ax 2 $FHp \supset p$
Ax 2* $PGp \supset p$.

Cada uno puede así llevar a cabo la verificación semántica de que estas tesis expresan innegables propiedades relacionadas con lo que podríamos llamar en términos kantianos nuestra *intuición pura del tiempo*: los dos primeros axiomas repiten, uno volviéndose hacia el futuro, el otro volviéndose hacia el pasado, que:

Si siempre p implica q, entonces un día p implica un día q;

en cuanto a los dos últimos axiomas constatan que tanto la existencia futura de un día en el que habrá sido siempre que p, como la existencia pasada de un día en el que sucedería que sería siempre que p, implican uno y otro la verdad presente de p.

El simbolismo empleado subraya el parentesco estructural de los dos primeros axiomas entre sí, así como el de los dos últimos. Así ciertos autores prefieren suprimir por ejemplo los dos axiomas Ax 1* y Ax 2* y añadir una regla, llamada *del espejo*, (*mirror-image rule*), la cual puede expresarse así:

Si A es teorema y A el resultado de la substitución en A de toda ocurrencia de F por P y de toda ocurrencia de P por F, entonces A* es teorema.*

Esta regla tiene la ventaja, no sólo de reducir a la mitad el número de los axiomas, sino también de ahorrarnos la demostración de la mitad de los teoremas, pero supone, según sugiere la metáfora que le da su nombre, una simetría entre el pasado y el futuro, que como ya hemos visto, y veremos aún más a continuación, provoca serias reservas. Nos decidiremos pues en esta exposición por no incluir la *regla del espejo* a fin de poder examinar en cada caso distintamente las propiedades del pasado y las del futuro.

Hay hasta ahora una propiedad del tiempo de la que el sistema K_t no da cuenta y que sin embargo es difícil negarle, a saber, la *transitividad* de la posición relativa de los diferentes instantes: si el instante t es anterior (o posterior) al instante t', a su vez anterior (o posterior) al instante t'', nadie negaría que el instante t sea por ello mismo anterior (o posterior) al instante t''. Esta *transitividad*, que juega un papel considerable en nuestro ejercicio espontáneo de la racionalidad temporal, referida al instante presente y traducida al vocabulario del tiempo gramatical, significa que por un lado

(Será un día que será un día que p) implica (será un día que p).

y por otro:

(Ha sido un día que ha sido un día que p) implica (ha sido un día que p)

De hecho los dos axiomas

$$\text{Ax } 3 \quad FFp \supset Fp$$
$$\text{Ax } 3^{\star} \quad PPp \supset Pp$$

añadidos a la axiomática de K_t, bastan para constituir el sistema K_c expuesto por Cocchiarella en 1965.

Otra propiedad fundamental del tiempo, de la que los axiomas hasta aquí expuestos son incapaces por sí solos de dar cuenta, es su *lineàlidad.* Pero interesa disociar este concepto de *linealidad* en dos conceptos en sí mismos distintos aunque generalmente unidos. En efecto, es demasiado decir, como hemos hecho, que *la* linealidad del tiempo es uno de sus caracteres fundamentales. Pues las dos linealidades que la constituyen, a saber, por un lado la *linealidad relativa al pasado,* y por otro la *linealidad relativa al futuro,* no se presentan una y otra con igual evidencia. La *linealidad relativa al pasado* difícilmente puede permanecer desconocida: es tal nuestra experiencia del pasado, que todos los sucesos acaecidos se sitúan necesariamente sobre la misma *línea,* lo que significa claramente (pues el término *línea* se emplea aquí con un sentido aún parcialmente metafórico) que, de dos sucesos pasados, o uno ha precedido al otro, o este segmento ha precedido al primero, a menos que hayan sido contemporáneos. Esto es lo que expresa el nuevo axioma.

$$\text{Ax } 4^{\star} \quad (Pp \,\&\, Pq) \supset [P(p \,\&\, q) \vee P(p \,\&\, Pq) \vee P(Pp \,\&\, q)]$$

cuya adición a los axiomas precedentes determina lo que se llama en general el sistema K_b. En efecto, si nos representamos el tiempo como un sistema de valores sucesivos, designando t_o el instante presente, vemos en el contra-ejemplo siguiente

← Etc.	t_{-2}	t_{-1}	t_0
$p = 1$ $q = 0$ ←Hasta el infinito	$p = 1$ $q = 0$	$p = 1$ $q = 0$	
$p = 0$ $q = 1$ ←Hasta el infinito	$p = 0$ $q = 1$	$p = 0$ $q = 1$	

que si el tiempo estuviera ramificado hacia el pasado, podríamos tener

$$Pp \ \& \ Pq$$

(puesto que por encima del instante presente "p" tiene el valor 1 en la línea superior y "q" el valor 1 en la línea inferior), sin que podamos encontrar en ningún punto de la línea superior o inferior ni "$p \ \& \ q$" ni "$p \ \& \ Pq$" ni "$Pp \ \& \ q$". Así nuestro axioma $4^{\bigstar}$ quedaría desmentido.

Pero hemos visto ya en el capítulo precedente[3] que nuestra experiencia del futuro podía, por lo que a ella respecta, concordar perfectamente con un diagrama ramificado en el cual cada ramificación representará uno de los múltiples posibles; no es en general más que en el momento en el que el tiempo futuro se convierte en presente cuando todas sus ramas se podan a excepción de una sola que se convierte entonces en esa línea única de la que el presente marca el origen y que llamamos *pasado.* Esta es una de las razones por las que hemos preferido más arriba no conservar la regla del espejo. Así una cierta representación del tiempo mantendría el axioma $4^{\bigstar}$, pero rechazaría su simétrico en el futuro. El sistema K_b así obtenido puede llamarse, nos dicen Urquhart[4] y Rescher, una "lógica del tiempo ramificado" *(logic of branching time), ramificado,* desde luego, *en la dirección del futuro.* Sólo si el tiempo se representa como enteramente lineal, tanto a la derecha como a la izquierda, se aceptará añadir a los axiomas precedentes

Ax 4 $\quad (Fp \ \& \ Fq) \supset [F(p \ \& \ q) \vee F(p \ \& \ Fq) \vee F(Fp \ \& \ q)].$

Basta con cambiar el anterior diagrama ramificado de modo que se convierta en

t_0	t_1	t_2	Etc. →
	$p = 1$	$p = 1$	$p = 1$
	$q = 0$	$q = 0$	$q = 0$
			Hasta el infinito→
	$p = 0$	$p = 0$	$p = 0$
	$q = 1$	$q = 1$	$q = 1$
			Hasta el infinito→

para obtener un contra-ejemplo que baste para establecer que la representación de un futuro ramificado invalida el axioma 4, y por tanto que este axioma implica el carácter unilineal de tal representación del futu-

[3] Cf. pp. 40-42.

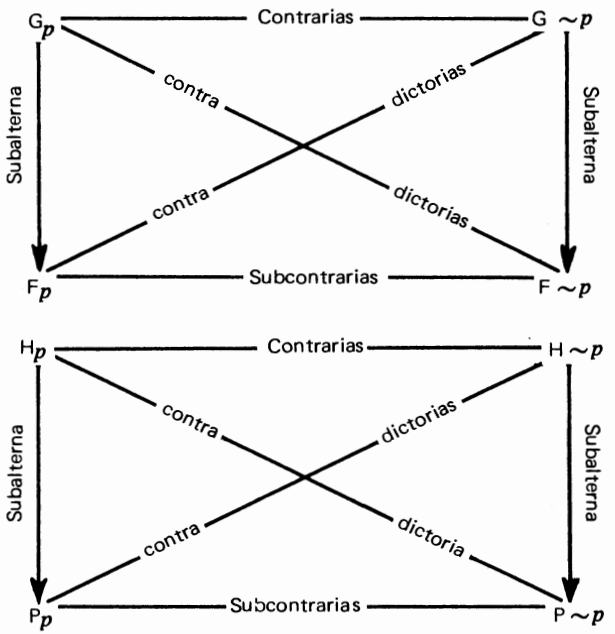
[4] *Temporal logic,* p. 74.

ro: pues tenemos en el instante t_0, en el caso tratado por diagrama,

$$Fp \,\&\, Fq$$

puesto que p toma el valor 1 en la línea superior y q en la línea inferior de la columna siguiente; pero en ningún sitio de ninguna de las dos líneas se encuentra ni "$p \,\&\, q$", ni $p \,\&\, Fq$", ni "$Fp \,\&\, q$".

El sistema obtenido por adición del axioma 4 a los axiomas precedentes, expuesto por vez primera en 1965 por Cocchiarella, y designado como sistema K_l, caracteriza pues un tiempo íntegramente *lineal*. Pero hay otras propiedades del tiempo que siguen escapando a la axiomática de tal sistema. En el sistema K_l, por ejemplo, es aún imposible demostrar las relaciones que componen los dos *cuadrados de Aristóteles*[5]:



[5] Estos dos cuadrados, en particular el primero, no deben ser confundidos con el de la página 45. Las relaciones entre los cuatro términos

$$p \,\&\, Gp$$
$$\sim p \,\&\, G \sim p$$
$$p \vee Fp$$
$$\sim p \vee F \sim p$$

resultan en efecto, según hemos ya mostrado, únicamente de las propiedades del *cálculo de proposiciones*, en tanto que en los dos casos presentes tenemos necesidad de axiomas suplementarios.

es decir, las ocho proposiciones siguientes:

$$G p \supset \sim G \sim p$$
$$G p \supset F p$$
$$G \sim p \supset F \sim p$$
$$F p \vee F \sim p$$
$$H p \supset \sim H \sim p$$
$$H p \supset P p$$
$$H \sim p \supset P \sim p$$
$$P p \vee P \sim p.$$

Como entre las cuatro primeras de estas proposiciones cada una de ellas puede deducirse de las otras, y como la situación es la misma para cada una de las cuatro restantes[6], nos bastaría, para introducir estas relaciones entre las tesis de nuestro sistema, añadir por ejemplo al sistema K_t los axiomas

Ax 5 $\quad F p \vee F \sim p$
Ax 5* $\quad P p \vee P \sim p.$

Antes de introducir estos dos axiomas, conviene preguntarse si las propiedades que enuncian son indiscutiblemente evidentes para nuestra intuición del tiempo. Es fácil darse cuenta de que Ax 5 es siempre verdadero sólo si el tiempo no tiene fin, al igual que su simétrico es siempre verdadero sólo si el tiempo no ha tenido comienzo. De otro modo cada uno de estos axiomas habría conocido una excepción que bastaría para privarle de su validez universal. Puesto que, si el tiempo ha tenido comienzo, en el primer instante del tiempo sería igualmente falso que *se haya dado el caso un día de que p* y que *se haya dado el caso un día de que no p*; al igual que si el tiempo se termina un día, será igualmente falso en el último instante que *deba darse el caso un día de que p* y que *deba darse el caso un día de que no p*. Así, la introducción de los axiomas Ax 5 y Ax 5* nos obliga a considerar el tiempo como doblemente infinito, lo que corresponde sin duda a la descripción kantiana, pero que no concuerda necesariamente con toda descripción pensable.

El sistema así constituido por la adición de estos dos axiomas a los precedentes, y que equivale al sistema expuesto por Dana Scott en 1965, no da aún cuenta de una condición que Kant, desde su *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis*, había ya enunciado como característica fundamental de nuestra intuición del tiempo, a saber: "entre dos instantes distintos cualesquiera hay siempre un instante in-

[6] Cf. J. L. Gardies, *Essais sur les fondements de la rationalité morale et juridique*, Bibliothèque de Philosophie de Droit, París, L G. D. J., 1972, pp. 58-59.

termedio"[7]. Tal representación nos impide ver el tiempo como una sucesión, aunque fuera infinita, de instantes discretos, a imagen de la serie de los *números enteros relativos*, tal como venía sugerida por la matriz de Prior de la que dimos cuenta en el capítulo precedente[8]. Nos obliga, al menos, a representarnos el tiempo a imagen de la serie de los *números racionales*, puesto que esta serie satisface bien la condición de que entre dos elementos distintos cualesquiera se pueda encontrar siempre un elemento intermedio; tal es la razón por la cual autores como Rescher y Urquhart[9] denominan *sistema del tiempo racional* al sistema, aislado por Prior en 1965, que añade a los axiomas precedentes los dos axiomas nuevos

Ax 6 $\quad Fp \supset FFp$
Ax 6* $\quad Pp \supset PPp.$

Que estos dos axiomas implican la existencia de un tercer instante entre dos instantes distintos cualesquiera, se ve en el contra-ejemplo siguiente: si se pudiera admitir la existencia de dos instantes distintos y a la vez inmediatamente sucesivos t_0 y t_1, y que "p" fuera verdadero por última vez en el instante t_1, "Fp" mismo sería verdadero por última vez en el instante t_0, lo que significaría que en este instante t_0, "Fp" sería verdadero y "FFp" falso, en contradicción con nuestro axioma 6. El mismo razonamiento puede seguirse en el pasado a propósito del axioma 6*.

Pero esta nueva condición no nos permite aún considerar la sucesión de los instantes del tiempo a imagen de la línea geométrica continua o de la serie continua de los *números reales*, que evoca sin embargo, aunque de manera ambigua, la concepción vulgar de la linealidad del tiempo. Se dice, en efecto, que una serie lineal no discreta es continua cuando un corte en esta serie determina dos subconjuntos de los que uno tiene o un primer elemento, o un último elemento. Así, puedo cortar la serie de los *números reales* al nivel del número π; con ello obtendría dos subconjuntos que serán o bien

1) el subconjunto de las x tales que $x \leqslant \pi$;
2) el subconjunto de las y tales que $\pi < y$;

o bien

1) el subconjunto de las x tales que $x < \pi$;
2) el subconjunto de las y tales que $\pi \leqslant y$;

---

[7] "Inter duo...momenta semper sit tempus aliquod interceptum", Kant, *La dissertation de* 1770, trad. Mouy, Vrin, 3.ª ed., 1967, p. 56.

[8] Pp. 37 y sig.

[9] *Temporal logic*, p. 254.

En la primera cortadura el subconjunto de las x tiene un último elemento, a saber, π, incluso si el subconjunto de las y no tiene un primer elemento (no existe un número real que sea *el* sucesor inmediato de π); en la segunda cortadura, el subconjunto de las x no tiene sin duda un último elemento, pero en cambio, π se convierte en el primer elemento del conjunto de las y. Decimos pues que la serie de los *reales* es continua, cosa que no podemos decir de la serie de los *racionales.* Pues el mismo número que no es un *racional* determina en la serie de los *racionales* un corte tal que el conjunto de los números inferiores no tiene un último elemento lo mismo que el conjunto de los números superiores no tiene un primer elemento: por muy cerca de π que se imagine un número racional (sea inferior o superior), siempre será posible indicar otro que estará aún más cerca.

Así, a imagen de los *racionales*, las propiedades del tiempo, tal como las definen los doce axiomas que acabamos de exponer, no implican verdadera *continuidad.* Para llegar a ella sería necesario aún añadir, como lo han demostrado los trabajos de Prior y de R. A. Bull los dos axiomas:

$$\begin{aligned}
\text{Ax 7} \quad & [\sim \mathrm{F} \sim (\sim \mathrm{P} \sim \mathrm{F}p \supset \mathrm{F}p) \\
& \quad \& \sim \mathrm{P} \sim (\sim \mathrm{P} \sim \mathrm{F}p \supset \mathrm{F}p) \\
& \quad \& (\sim \mathrm{P} \sim \mathrm{F}p \supset \mathrm{F}p)] \supset (\mathrm{P}p \supset \mathrm{F}p) \\
\text{Ax 7}^{\star} \quad & [\sim \mathrm{P} \sim (\sim \mathrm{F} \sim \mathrm{P}p \supset \mathrm{P}p) \\
& \quad \& \sim \mathrm{F} \sim (\sim \mathrm{F} \sim \mathrm{P}p \supset \mathrm{P}p) \\
& \quad \& (\sim \mathrm{F} \sim \mathrm{P}p \supset \mathrm{P}p)] \supset (\mathrm{F}p \supset \mathrm{P}p).
\end{aligned}$$

Estos dos axiomas parecerán menos sibilinos cuando hayamos señalado que

1) el segundo no es mas que el "reflejo" del otro siguiendo la *regla del espejo;*

2) el antecedente de estas dos implicaciones viene a decir para el axioma 7:

Siempre en el futuro, el pasado y el presente ($\mathrm{HF}p \supset \mathrm{F}p$)

y para el axioma $7^{\star}$

Siempre en el pasado, el futuro y el presente ($\mathrm{GP}p \supset \mathrm{P}p$)

El lector deseoso de comprender por qué estos dos últimos axiomas implican la continuidad del tiempo, puede remitirse a la exposición que de ello hacen Rescher y Urquhart en *Temporal Logic*[10]. Así hemos llegado a una lógica del tiempo *continuo*, en el sentido en que la serie lineal de los números reales es ella misma *continua*.

[10] Pp. 96-97.

Esta rápida presentación no pretende agotar la lista de todos los sistemas posibles, ni siquiera la de todos los sistemas ya señalados en la familia de las lógicas del tiempo gramatical no mensurable. Para una presentación más completa nos contentaremos con remitir al lector a las obras originales, así como a las grandes síntesis, de Prior por una parte, de Rescher y Urquhart por otra. Asímismo el estudio de los sistemas debería normalmente completarse con el estudio metasistemático de su no-contradicción, y de su completitud así como de la independencia de cada uno de estos axiomas. Sobre este punto se han obtenido ya resultados considerables, que desgraciadamante no es posible exponer aquí. Demos simplemente como muestra de tales trabajos la demostración, eminentemente simple, de la no-contradicción entre todos los sistemas a los que hemos pasado revista. Señalemos en primer lugar que, para demostrar que todos estos sistemas son no-contradictorios, basta con demostrar que el último de ellos, que se obtiene por adición de todos los axiomas sucesivamente considerados, es no-contradictorio, puesto que los sistemas anteriores no son más que sus subsistemas. Según ha hecho notar por vez primera T. Smiley, basta con añadir al sistemas las dos definiciones

$$\mathrm{F}p = p$$
$$\mathrm{P}p = p$$

(lo que supone considerar en cada axioma, en cada regla y en cada definición, los símbolos "F" y "P" como absolutamente carentes de importancia) para reducir el conjunto de los axiomas a un conjunto de simples tautologías del *cálculo de proposiciones,* en tanto que las definiciones, lo mismo que las reglas de inferencia, expresan entonces equivalencias o implicaciones tan claramente tautológicas como

$$p \underset{\text{def}}{=} \sim \sim p$$

y

$$si \vdash \mathrm{A}, entonces \vdash \sim \sim \mathrm{A}$$

Así reducimos el sistema, desde el ángulo de dos definiciones semánticamente arbitrarias, a un modelo que enlaza con el *cálculo de proposiciones*, cuya no contradicción está demostrada desde hace tiempo.

2. LAS LOGICAS DEL TIEMPO GRAMATICAL MENSURABLE SISTEMA MINIMAL E INTRODUCCION DE LAS DIVERSAS PROPIEDADES.

Las *reglas de formación* de las lógicas del tiempo gramatical mensurable serán mucho más complejas que las de los sistemas que hemos considerado hasta aquí. Así, con vistas a un cierto aligeramiento pedagógico, nos abstendremos de darlas. En efecto, lo que varía de las teorías precedentes a las teorías ahora consideradas, es no sólo que los funtores "F" y "P" ya no admiten uno sólo sino dos argumentos, de naturalezas diferentes por otra parte, según hemos visto, sino también el que uno de estos argumentos puede ser una variable numérica, que nos veremos forzados en ciertos casos a cuantificar. Así, en tanto que hasta aquí añadimos las reglas y axiomas específicamente temporales a las reglas y axiomas del *cálculo de proposiciones,* ahora vamos a estar obligados a presuponer en la base de nuestros sistemas no sólo el *cálculo de proposiciones,* sino también la axiomática de una *teoría de la cuantificación.* Además tendremos necesidad de la aritmética de los números positivos (según el caso *enteros, racionales* o *reales*), puesto que los intervalos se miden con tales números. En estos nuevos sistemas, en cambio, el recurrir a la *teoría de la cuantificación* nos dispensaría de la necesidad de toda nueva definición. En efecto, para decir

Será siempre que p

y

Ha sido siempre que p

a partir de "F" y "P" tomados ellos mismos como términos primitivos indefinidos, diremos:

Sea cual sea el intervalo n se dará el caso en el intervalo n que p

y

Sea cual sea el intervalo n se ha dado el caso hace n que p

lo cual podremos escribir así:

$$\forall n\ \mathrm{F}np$$
$$\forall n\ \mathrm{P}np$$

expresiones todas ellas que no podemos abreviar mediante una definición.

Aquí la estratificación de los sistemas, tal como la hemos expuesto en los casos precedentes, ha sido mucho más delicada de establecer. Un sistema *minimal*, es decir, que no admite aún ninguna de las grandes propiedades (transitividad, linealidad, etc.,) que nos proponemos aña-

dir enseguida una tras otra para subrayar la jerarquía de los sistemas, comporta ya diez axiomas[11], en tanto que el sistema K_t no comportaba más que 4. Retomamos la exposición de este sistema *minimal* tal como se encuentra en Prior[12]. Las *reglas de inferencia* que conviene añadir a las reglas del *cálculo de proposiciones* ampliado con la *teoría de la cuantificación* son ahora las siguientes, que se podrán comparar con las de la página 49:

$$Si \vdash A, \textit{ entonces } \vdash \sim F_n \sim A$$
$$Si \vdash A, \textit{ entonces } \vdash \sim P_n \sim A$$

lo que significa que si "A" es una tesis del sistema (es decir, en definitiva, si "A" es siempre verdad) podemos deducir de ello sin riesgo de error, no sólo que *en n no será que no A*, sino también que *hace n no ha sido que no A*.

Los diez axiomas son:

$$\begin{array}{ll}
\text{Ax}'\ 1 & \sim Fn \sim (p \supset q) \supset (Fnp \supset Fnq) \\
\text{Ax}'\ 1^{\star} & \sim Pn \sim (p \supset q) \supset (Pnp \supset Pnq) \\
\text{Ax}'\ 2 & Fn \sim Pn \sim p \supset p \\
\text{Ax}'\ 2^{\star} & Pn \sim Fn \sim p \supset p \\
\text{Ax}'\ 3 & Fm \exists n Fnp \supset \exists n FmFnp \\
\text{Ax}'\ 3^{\star} & Pm \exists n Pnp \supset \exists n PmPnp \\
\text{Ax}'\ 4 & Fm \exists n Pnp \supset \exists n FmPnp \\
\text{Ax}'\ 4^{\star} & Pm \exists n Fnp \supset \exists n PmFnp \\
\text{Ax}'\ 5 & F(m + n)p \supset FmFnp \\
\text{Ax}'\ 5^{\star} & P(m + n)p \supset PmPnp.
\end{array}$$

Los cuatro primeros axiomas sugieren la comparación con los cuatro axiomas del sistema K_t[13]. Unicamente causará extrañeza el hecho de que estos cuatro axiomas no basten aquí para fundar un *sistema minimal*. Observemos al respecto que los cuatro axiomas siguientes no tienen otra justificación que la de regular el uso de los cuantificadores, y más en concreto la posibilidad de sus desplazamientos en el interior de

[11] Uno al menos de estos diez "axiomas", que designaremos por $\text{Ax}'5^{\star}$, puede deducirse de los otros. Pero su eliminación del número de los axiomas, lo que sería indiscutiblemente más elegante, entorpecería bastante inutilmente nuestra exposición.

[12] *Papers on time and tense*, pp. 89 y s. Aunque seguimos aquí a Prior en lo esencial, nos separaremos a veces del simbolismo que utiliza. Prior en particular explica las razones que le llevan a preferir la notación "*Smn*" a la notación "$m + n$" para designar la suma de m y de n. Sin embargo, la preocupacion por adoptar el modo de notación más familiar para el lector nos llevará a la segunda de estas dos notaciones, que Prior no obstante tenía buenas razones para rechazar.

[13] P. 49.

la expresión. Por esta razón la estructura gramatical del *cálculo de predicados* impide encontrar en la clásica *teoría de la cuantificación* el medio de decidir esta posibilidad[14]. Como no hay cuantificación en el sistema K_t, no era cuestión por eso mismo de encontrar en él axiomas análogos. En cuanto a los dos axiomas Ax'5 y Ax'5* que expresan una característica ligada a la adición de los invervalos, no es cuestión de compararlos con Ax 6 y Ax 6*[15], característicos del *sistema del tiempo racional.* Hemos tenido en efecto ocasión de ver que estos dos axiomas implicaban la propiedad según la cual existe siempre entre dos instantes distintos cualesquiera un tercer instante, a semejanza de los *números racionales;* pero éste no es en absoluto el caso de nuestros dos axiomas actuales Ax'5 y Ax'5*, según podemos darnos cuenta al comprobar que mantienen toda su validez si nos limitamos, para designar los intervalos n, al conjunto de los *enteros naturales.*

Si queremos ahora introducir en el sistema del tiempo mensurable la propiedad que consiste en una cierta *transitividad* del tiempo introducida anteriormente[16] en los sistemas del tiempo no mensurable por los axiomas:

$$\text{Ax } 3 \quad FFp \supset Fp$$
$$\text{Ax } 3^\star \quad PPp \supset Pp$$

será necesario añadir a nuestros diez primeros axiomas las dos tesis

$$\text{Ax' } 6 \quad FmFnp \supset F(m+n)p$$
$$\text{Ax' } 6^\star \quad PmPnp \supset P(m+n)p$$[17].

---

[14] En efecto, en el *cálculo de predicados* los elementos cuantificados son, o bien argumentos de predicados, o bien ellos mismos predicados (por encima del primer orden). Por el contrario, cuando se escribe como aquí

$$\exists n\, FmFnp$$

ni el primer ni el segundo "F" son *predicados* en sentido clásico; la variable "n" cuantificada aquí no es pues el argumento de un predicado (igual que no es ella misma un predicado) *Las reglas de formación* del *cálculo de predicados*, sean del tipo que sean, rechazarían pues tal expresión por *mal formada*. Así, no se trata de encontrar en la clásica *teoría de la cuantificación* el medio de reglamentar tales casos; de ahí la necesidad de axiomas suplementarios.
Esto plantea un problema más general que ya hemos tratado en diversos lugares de forma aislada; en efecto, hemos tratado de mostrar (cf. en particular J. L. Gardies, Logique déontique et théorie générale des fonctions complétives, *Logique et analyse*, 61-62, Louvain, Nauwlaerts, 1973, pp. 143-220)hasta qué punto la ampliación de la lógica contemporánea pedía el reconocimiento de un nuevo tipo de predicado al que proponemos denominar *predicado completivo* o *función completiva*; tal predicado completivo es el que admitiría argumentos diferentes de los nominales, en particular proposicionales, como aquí "Fp" o "Fnp"

[15] P. 55.

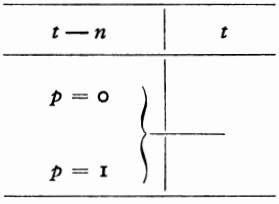
[16] P. 51.

[17] En realidad, basta con postular Ax'6, en tanto que Ax'6* puede deducirse, según muestra Prior, *Papers on time and tense,* p. 94.

Para añadir al tiempo mensurable la propiedad de *linealidad*, debemos considerar separadamente, como antes, la linealidad, bastante fundamental, relativa al pasado, y la linealidad, según hemos visto mucho menos fundamental, relativa al futuro. El papel que, en nuestros precedentes sistemas, jugaba el axioma $4^{\star}$[18] será ahora realizado por

$$\text{Ax}'\ 7^{\star} \quad \text{P}n \sim p \supset \sim \text{P}np.$$

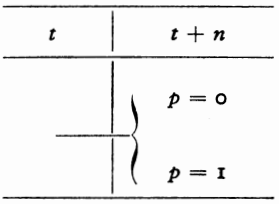
Vemos en efecto en el diagrama siguiente



que, si el pasado no fuera lineal, sino ramificado, podríamos tener a la vez, en el instante $t - n$ "p" sobre una rama y "$\sim p$" sobre la otra, es decir, en el instante presente t tendríamos a la vez "P$n \sim p$" y "Pnp" En cuanto a la linealidad del futuro, el papel realizado precedentemente por el axioma 4[19] será ahora realizado por

$$\text{Ax}'\ 7 \quad \text{F}n \sim p \supset \sim \text{F}np$$

para lo cual nos bastará con construir el contra-ejemplo siguiente:



Para introducir la *infinitud* del tiempo, no nos desviaremos demasiado de los axiomas 5 y $5^{\star}$ que establecen aquella para el tiempo no

[18] P 51.

[19] P. 52.

mensurable[20], puesto que reemplazaremos en adelante éstos por

$$\begin{array}{ll} \text{Ax}'\ 8 & \text{F}np \vee \text{F}n \sim p \\ \text{Ax}'\ 8^{\star} & \text{P}np \vee \text{P}n \sim p. \end{array}$$

Un razonamiento análogo al que habíamos realizado anteriormente nos convencerá de que el primero de estos dos axiomas prohíbe que haya un último instante de tiempo, puesto que en este último instante sería imposible decir que *se dará* el caso en *n* que *p* y que *se dará el caso en n que no p;* al igual que el segundo de estos axiomas prohíbe que haya un primer instante, puesto que no se podría considerar desde ese primer instante un pasado cualquiera en el cual "*p*" o "no *p*" fueran verdaderos. Advirtamos que el *cálculo de proposiciones* nos autoriza a convertir nuestros dos últimos axiomas en:

$$\begin{array}{l} \sim \text{F}np \supset \text{F}n \sim p \\ \sim \text{P}np \supset \text{P}n \sim p \end{array}$$

que son las implicaciones exactamente inversas de Ax'7 y Ax'7*:

Ahora podemos pues reemplazar las cuatro implicaciones Ax'7, 7*, 8 y 8* por las dos equivalencias

$$\begin{array}{ll} \text{Ax}'7\text{-}8 & \text{F}n \sim p \equiv \sim \text{F}np \\ \text{Ax}'7^{\star} - 8^{\star} & \text{P}n \sim p \equiv \sim \text{P}np. \end{array}$$

Para nuestros sistemas correspondientes a un tiempo mensurable, no tendríamos necesidad de axiomas equivalentes a Ax6, Ax6*, Ax7 y Ax7*[21]. En efecto, si anteriormente habíamos admitido Ax'5 y Ax'5*, que figuran ya en el *sistema minimal*, así como Ax'6 y Ax'6*, que nos servían para introducir en el sistema una cierta *transitividad* del tiempo, podríamos reunir estas cuatro implicaciones en las dos equivalencias

$$\begin{array}{l} \text{F}(m + n)p \equiv \text{F}m\text{F}np \\ \text{P}(m + n)p \equiv \text{P}m\text{P}np. \end{array}$$

No se trata de una manipulación de nuestros axiomas propiamente temporales que nos asegure de si el tiempo representado es o no *denso*, (es decir, que entre dos instantes cualesquiera hay siempre lugar para un

[20] P. 54.

[21] Pp. 55-56.

tercero), si es o no *continuo*, sino de la determinación del conjunto de los números en el cual nos tomaremos el derecho de elegir m y n. Es evidente que si este conjunto es simplemente el de los *enteros naturales*, el conjunto de los instantes en nuestro sistema no tendrá más que las propiedades de los *enteros naturales*, es decir, no será ni *denso* ni *continuo*; en cambio, si este conjunto es el de los *racionales positivos*, el conjunto de nuestros instantes será *denso* pero no *continuo*; y si este conjunto es el de los *reales positivos*, el conjunto de nuestros instantes será no sólo *denso* sino también *continuo*. Así, la simple elección de un conjunto numérico conveniente nos bastará para obtener aquello para lo que teníamos necesidad de cuatro axiomas en nuestros sistemas precedentes.

Hay que añadir finalmente en el caso del tiempo mensurable cuatro axiomas que corresponden a tesis que no tienen equivalente cuando no interviene la medida del tiempo:

$\mathrm{Ax}'9 \quad \mathrm{P}m\mathrm{F}np \supset \mathrm{P}(m - n)p$ pour $m > n$
$\mathrm{Ax}'9^{\star} \quad \mathrm{F}m\mathrm{P}np \supset \mathrm{F}(m - n)p$ pour $m > n$
$\mathrm{Ax}'10 \quad \mathrm{P}m\mathrm{F}np \supset \mathrm{F}(n - m)p$ pour $m < n$
$\mathrm{Ax}'10^{\star} \quad \mathrm{F}m\mathrm{P}np \supset \mathrm{P}(n - m)p$ pour $m < n$.

Convendría relacionar estos cuatro axiomas con las tesis siguientes:

$$\mathrm{F}n\mathrm{P}np \supset p$$
$$\mathrm{P}n\mathrm{F}np \supset p$$

demostrables ya en el sistema a partir del momento en el que hemos postulado $\mathrm{Ax}'7$ y $\mathrm{Ax}'7^{\star}$. Estas seis tesis constituyen la lógica de lo que por un lado la gramática llama el *futuro anterior* y de lo que por otro lado podríamos llamar de manera análoga el *pasado posterior*. Es evidente que, cuando el tiempo no es mensurable, no podemos deducir nada, en un caso semejante, acerca de la situación en el tiempo del suceso en cuestión. Si me dicen que mañana *habrá sido que p*, no me dan ninguna indicación sobre la cuestión de saber si el suceso designado por p es actualmente ya pasado, presente o todavía futuro. En cambio, a partir del momento en que el intervalo que sitúa el futuro y el pasado relativamente en el presente es mensurable, puedo deducir del *futuro anterior* y del *pasado posterior*, así completados por un índice de medida, la indicación de la posición exacta del suceso designado por "p" conforme a las tesis expuestas más arriba[22].

[22] Prior en realidad ha logrado (cf. *Papers on time and tense*, p. 96) eliminar la necesidad de los cuatro últimos axiomas que acabamos de introducir, al mostrar que en ciertas condiciones su equivalente podía deducirse de los axiomas precedentes. Pero esta eliminación precisa un enriquecimiento del vocabulario lógico que hubiera podido desconcertar al profano. Nosotros también hemos preferido ignorarlo en nuestra presentación. No desconocemos sin embargo las mejoras obtenidas por Prior, que tienen la ventaja, no sólo de abreviar la axiomática, sino también de desembarazarla del recurso a la noción, por lo menos carente de elegancia, de "buena formación condicional" (como dice Prior) implicada en cláusulas restrictivas como "para $m > n$".

Al terminar esta exposición de la estratificación de los principales sistemas del tiempo mensurable, advirtamos que ciertos axiomas iniciales se pueden simplificar en la presentación definitiva del conjunto, mediante axiomas que han sido ulteriormente admitidos.

Así Ax'7-8 y Ax'$7^{\star}$ – $8^{\star}$[23] nos permiten establecer

$$\sim \mathrm{F}n \sim p \equiv \sim \sim \mathrm{F}np \equiv \mathrm{F}np$$
$$\sim \mathrm{P}n \sim p \equiv \sim \sim \mathrm{P}np \equiv \mathrm{P}np$$

equivalencias que nos autorizan finalmente, con la única condición de aceptar Ax'7-8 y Ax'$7^{\star}$ – $8^{\star}$ a simplificar nuestra *regla de inferencia* y nuestros cuatro primeros axiomas bajo la forma siguiente:

si $\vdash$A, *entonces* $\vdash \mathrm{F}n$ A
si $\vdash$A, *entonces* $\vdash \mathrm{P}n$ A

Ax' 1 $\quad \mathrm{F}n(p \supset q) \supset (\mathrm{F}np \supset \mathrm{F}nq)$
Ax' 1* $\quad \mathrm{P}n(p \supset q) \supset (\mathrm{P}np \supset \mathrm{P}nq)$
Ax' 2 $\quad \mathrm{F}n\mathrm{P}np \supset p$
Ax' 2* $\quad \mathrm{P}n\mathrm{F}np \supset p.$

El lector tal vez haya hecho la observación de que aún habría medio de simplificar el sistema substituyendo respectivamente el conjunto de los *enteros naturales*, el conjunto de los *racionales positivos* y el de los *reales positivos*, los únicos que hemos considerado, por el conjunto de los *enteros relativos*, por el conjunto de los *racionales* y por el de los *reales* positivos o negativos. Tal reforma nos permitiría, simplemente a nivel del vocabulario, economizar uno de los dos *términos primeros indefinidos*, pudiendo entonces definirse uno cualquiera de los dos por el otro; tendremos así, por ejemplo, si consideramos "F" como término primitivo:

$$\mathrm{P}np \underset{\text{def}}{=} \mathrm{F}(-n)p.$$

Esta definición nos permitiría además reducir de golpe a la mitad el conjunto de nuestros axiomas, volviéndose inútiles todos los axiomas que habíamos marcado con un asterisco. Pero esto no es todo: axiomas como Ax'9 y Ax'10, no sólo no tendrían ya necesidad de molestas restricciones ("para $m > n$", "para $m < n$") que hemos estado obligados a aplicarles, sino que ni siquiera se hubiera precisado postularlos, ya que se deducirían inmediatamente de

Ax'6 $\quad \mathrm{F}m\mathrm{F}np \supset \mathrm{F}(m + n)p.$

[23] Cf. p. 62.

Si, pese a estas considerables aligeraciones, hemos preferido poner el acento en nuestra exposición sobre los sistemas que no admiten más que números positivos, es porque el sistema aligerado por la introducción de los números negativos no se presta, como ha advertido Prior, a ninguna posibilidad de estratificación. De seguir desde el principio esta vía, no hubiéramos podido establecer un paralelismo entre sistemas de tiempo mensurable y sistemas del tiempo no mensurable, paralelismo que se funda en tal estratificación y que nosotros hemos resumido en el cuadro siguiente.

Cuadro recapitulador del capítulo III	*Lógicas del tiempo gramatical no mensurables*	*Lógicas del tiempo gramatical mensurable*
SISTEMA MINIMAL	*Definiciones:* $Gp \underset{\text{def}}{=} \sim F \sim p$ $Hp \underset{\text{def}}{=} \sim P \sim p$ *Reglas de inferencia:* si $\vdash A$, entonces $\sim F \sim A$ si $\vdash A$, entonces $\sim P \sim A$ *Axiomas:* Ax 1 $\quad \sim F \sim (p \supset q) \supset (Fp \supset Fq)$ Ax 1* $\quad \sim P \sim (p \supset q) \supset (Pp \supset Pq)$ Ax 2 $\quad F \sim P \sim p \supset p$ Ax 2* $\quad P \sim F \sim p \supset p$ (Sistema K_t)	*Reglas de inferencia:* si $\vdash A$, entonces $\sim F_n \sim A$ si $\vdash A$, entonces $\sim P_n \sim A$ *Axiomas:* Ax′ 1 $\quad \sim Fn \sim (p \supset q) \supset (Fnp \supset Fnq)$ Ax′ 1* $\quad \sim Pn \sim (p \supset q) \supset (Pnp \supset Pnq)$ Ax′ 2 $\quad Fn \sim Pn \sim p \supset p$ Ax′ 2* $\quad Pn \sim Fn \sim p \supset p$ Ax′ 3 $\quad Fm \exists n Fnp \supset \exists n Fm Fnp$ Ax′ 3* $\quad Pm \exists n Pnp \supset \exists n Pm Pnp$ Ax′ 4 $\quad Fm \exists n Pnp \supset \exists n Fm Pnp$ Ax′ 4* $\quad Pm \exists n Fnp \supset \exists n Pm Fnp$ Ax′ 5 $\quad F(m + n)p \supset Fm Fnp$ Ax′ 5* $\quad P(m + n)p \supset Pm Pnp$
+ TRANSITIVIDAD	Ax 3 $\quad FFp \supset Fp$ Ax 3* $\quad PPp \supset Pp$ (Sistema K_C)	Ax′ 6 $\quad Fm Fnp \supset F(m + n)p$ Ax′ 6* $\quad Pm Pnp \supset P(m + n)p$
+ LINEALIDAD	Ax 4 $\quad (Fp \,\&\, Fq) \supset [F(p \,\&\, q) \vee F(p \,\&\, Fq) \vee F(Fp \,\&\, q)]$ Ax 4* $\quad (Pp \,\&\, Pq) \supset [P(p \,\&\, q) \vee P(p \,\&\, Pq) \vee P(Pp \,\&\, q)]$ (Sistema K_l)	Ax′ 7 $\quad Fn \sim p \supset \sim Fnp$ Ax′ 7* $\quad Pn \sim p \supset \sim Pnp$
+ INFINITUD	Ax 5 $\quad Fp \vee F \sim p$ Ax 5* $\quad Pp \vee P \sim p$	Ax′ 8 $\quad Fnp \vee Fn \sim p$ Ax′ 8* $\quad Pnp \vee Pn \sim p$
+ DENSIDAD	Ax 6 $\quad Fp \supset FFp$ Ax 6* $\quad Pp \supset PPp$	Densidad y continuidad no exigen aquí un axioma particular sino simplemente la referencia a los *números racionales positivos* o a los *números reales positivos* como conjunto de los que tomarían valores m y n. Como contrapartida se necesitan cuatro axiomas suplementarios para medir la paseidad en el futuro y la futuridad en el pasado:
+ CONTINUIDAD	Ax 7 $\quad [\sim F \sim (\sim P \sim Fp \supset Fp)$ $\quad \& \sim P \sim (\sim P \sim Fp \supset Fp)$ $\quad \& (\sim P \sim Fp \supset Fp)] \supset (Pp \supset Fp)$ Ax 7* $\quad [\sim P \sim (\sim F \sim Pp \supset Pp)$ $\quad \& \sim F \sim (\sim F \sim Pp \supset Pp)$ $\quad \& (\sim F \sim Pp \supset Pp)] \supset (Fp \supset Pp)$	Ax′ 9 $\quad PmFnp \supset P(m - n)p$ para $m > n$ Ax′ 9* $\quad FmPnp \supset F(m - n)p$ para $m > n$ Ax′ 10 $\quad PmFnp \supset F(n - m)p$ para $m < n$ Ax′ 10* $\quad FmPnp \supset P(n - m)p$ para $m < n$

4 Las lógicas de la datación

1. EL SISTEMA TOPOLOGICO DE RESCHER Y GARSON. LA CUASI-CONSTANTE "AHORA": SU REDUNDANCIA, SU TRANSPARENCIA; "AHORA" Y "AQUI".

Las lógicas de la datación se encuentran ya, más o menos hechas, en el mero nivel gramatical de nuestras lenguas indo-europeas. En ellas, las indicaciones temporales no se limitan a los recursos de los tiempos gramaticales. En la proposición

El pueblo de París tomó la Bastilla

la indicación temporal,que sitúa en el pasado el acontecimiento de la toma de la Bastilla, puede analizarse como un funtor proposicional (expresado por el *pretérito* del verbo "tomar") que tiene como argumento la proposición

El pueblo de París toma la Bastilla

Pero si decimos más precisamente

El pueblo de París tomó la Bastilla el 14 de Julio de 1789

dotamos al acontecimiento con una indicación temporal suplementaria, que llamamos *su fecha,* la cual puede a su vez ser considerada como una especie de funtor proposicional que tiene como argumento la proposición

El pueblo de París tomó la Bastilla

Pero, mientras que los tiempos gramaticales podían acomodarse a un número finito de funtores temporales (en general dos, F y P, a partir de los que podemos definir los demás), el principio de la datación nos sitúa ante una cantidad innumerable de fechas distintas; de ahí la necesidad de adecuar *el* funtor de la datación a un sistema de índices eventualmente infinitos. Así, de la misma forma que nuestras lenguas indo-

europeas completan la expresión constante "En la fecha de..." o brevemente "El..." con un índice variable (en nuestro ejemplo, "14 de Julio de 1789"), no hemos vacilado en utilizar desde el capítulo primero[1] expresiones como

$$T_t(p)$$

para decir

p en el instante t

Este tipo de notación simbólica parece haber sido inaugurado en 1947 por el lógico polaco Jerzy Łos que en su caso buscaba formalizar los métodos de inducción de J.S. Mill. Prior no conoció su artículo[2] hasta un poco más tarde a través de una comunicación publicada en inglés por Henry Hiz[3]. Prior se inspiró en él para algunos desarrollos de *Time and modality* (aparecido en 1957), en tanto que a partir de 1965 Rescher iba a aportar su contribución a la exploración de esta vía. Una vez más preferimos al orden histórico de la sucesión de sistemas, el orden lógico de su estratificación, tal y como se encuentra expuesto en *Temporal Logic*, de Rescher y Urquhart.

Por razones de brevedad supondremos implícitamente conocidas (por las rápidas explicaciones que acabamos de dar), *las reglas de formación* de los sistemas de los que presentaremos la axiomática. Tomamos como sistema de base el conocido por sistema de *lógica topológica,* expuesto por Rescher y Garson en 1968[4]. Se puede obtener este sistema añadiendo a la axiomática del *cálculo de proposiciones* y de la *teoría de cuatificación* una *regla de inferencia*

$$si \vdash A, \textit{entonces} \vdash T_t\ (A)$$

---

[1] Pp. 20 y ss.

[2] Podstawy analizy metodologicznej kanonow Milla, *Annales Universitatis Mariae Curie-Sklodowska*, vol. 2, 1947, pp. 269-301.

[3] En el *Journal of symbolic logic*, vol. 16, n.º 1, Marzo 1951, pp. 58-59.

[4] Topological logic, *Journal of symbolic logic*, vol. 33, n.º 4, Diciembre 1968, pp. 537-548. Preferimos atenernos aquí a la notación "$T_t\ (p)$", que habíamos adoptado en el capítulo I, aunque sólo sea para no desorientar al lector multiplicando los ideogramas, allí donde Łoś y a veces Prior en lugar de la letra "T" emplean la letra "U", y Rescher las letras "P" y, sobre todo, "R". Señalemos sin embargo, que el uso de la inicial de la palabra inglesa que significa "verdadero" (*true*) tiene el inconveniente de poder sugerir una lectura metalingüística que no sería acorde con el espíritu de un cálculo semejante. Es conveniente en efecto interpretar aquí

$T_t\ (p)$

no como

La proposición "p" es verdadera en el instante t

sino más bien como

En el instante t, p.

y los cuatro *axiomas*

$$\begin{array}{ll} \text{Ax 1} & T_t(\sim p) \equiv \sim T_t(p) \\ \text{Ax 2} & T_t(p \,\&\, q) \equiv [T_t(p) \,\&\, T_t(q)] \\ \text{Ax 3} & \forall\, t\, T_{t'}(At) \equiv T_{t'} \forall\, t(At) \\ \text{Ax 4} & \forall\, t\, T_t(p) \supset p. \end{array}$$

La regla de inferencia establece que, si "A" es una tesis, se puede admitir como tesis "sucede que A en cualquier instante t". Se encuentra ya esta regla en 1957 en Prior; en lugar de esto, el sistema de Łoś consiste en repetir los axiomas del *cálculo de proposiciones* haciéndoles preceder de "T_t" a cada uno de ellos. El axioma 1 que establece la equivalencia entre

En el instante t, no p

y

No se da en el instante t que p.

así como el axioma 4

Si en todo instante p, entonces p,

se encuentran ya, exactamente igual, en Łoś. Por el contrario, en este autor e incluso en Prior en 1957 se encuentra, en lugar del axioma 2, cuya evidencia parece no suscitar ninguna dificultad, un axioma más débil:

$$T_t(p \supset q) \supset (T_t p \supset T_t q).$$

En cuanto al axioma 3, cuya validez está sometida a la restricción de que t sea distinta de t', ausente en el sistema de Łos y en su reformulación por Prior, responde a la necesidad de dar una reglamentación del uso de los cuantificadores, más particularmente de la posibilidad de sus desplazamientos en el interior de la expresión, reglamentación que la *teoría de la cuantificación* que se aplica a los *predicados* clásicos no sabría dar por sí misma[5].

Ya en 1957, Prior proponía un axioma que Rescher y Garson no han conservado en su *lógica topológica* de base, a saber:

$$\text{Ax 5} \quad T_{t'}[T_t(p)] \equiv T_t(p).$$

Se podría ilustrar el carácter intuitivo de este axioma por medio del ejemplo siguiente:

---

[5] Hemos topado ya con una situación análoga en las pp.59-60.Cf. a este respecto la nota 14 de la p. 60.

Se da el caso en el instante t_1 que ha llovido en el instante t_0 si y solamente si ha llovido en el instante t_0

o también

Se ha dado el caso el 29 de Agosto de 1913 que el pueblo de París había tomado la Bastilla el 14 de Julio de 1789 si y solamente si el pueblo de París ha tomado la Bastilla el 14 de Julio de 1789,

pues es cierto que se puede volver a fechar un acontecimiento ya fechado sin cambiar por esto su valor de verdad, ya que permanece en su fecha primitiva. Esto se basa efectivamente en nuestros sistemas de datación, en los que los instantes del tiempo están referidos a un origen fijo, la fundación de Roma, el nacimiento de Jesucristo, la huida de Mahoma de La Meca a Medina, etc. Si Rescher y Garson han descartado este axioma de su *sistema topológico* de base, significa que han admitido paralelamente la posibilidad de concebir la fecha a partir de un origen que no sea fijado de una vez para siempre, sino por el contrario referido cada vez al presente de la proposición, como en el caso de las expresiones familiares *hace quince días* o *en quince días*. Porque decir que *en dos semanas tendré vacaciones en una semana* no es decir que *estaré de vacaciones en una semana*, sino más bien que *estaré de vacaciones en tres semanas.* En este caso conviene sustituir Ax 5 por:

$$\text{Ax}'\ 5 \quad T_{t'}[T_t(p)] \equiv T_{t'+t}(p).$$

Así, a partir del *sistema topológico* de base, según que añadamos a su axiomática Ax 5 o Ax'5, obtendremos dos nuevos sistemas con propiedades sensiblemente diferentes.

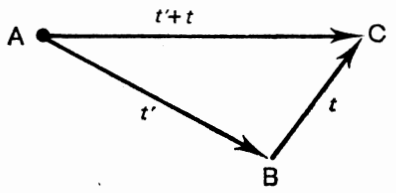
Pero en uno y en otro de estos sistemas, ¿son estas propiedades específicas del tiempo? Si Rescher no considera apropiado calificar estos sistemas de *temporales*, sino que prefiere calificarlos de *topológicos*, es porque las propiedades asumidas por los axiomas están unidas en realidad a la *posición* en general, tanto a la situación en el espacio como a la situación en el tiempo. Es fácil verificar la evidencia meramente posicional de los anteriores axiomas dando a "T_t" el sentido de "en el punto t del espacio". Se volverá a encontrar aquí en particular las dos posibilidades de interpretación concretadas respectivamente en Ax 5 y Ax'5. Porque de un lado

Es un hecho en Marsella que llueve en París si y solamente si llueve en París.

Pero por otro lado

Es un hecho a la distancia t' que llueve a la distancia t si y solamente si llueve a la distancia $t' + t$

Lo cual tiene una significación no solamente en un espacio unidimensional, sino también por ejemplo en un plano en el cual se pueda representar una suma vectorial:



tal que $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

Se obtendría un sistema más específicamente temporal si se introdujera en el vocabulario del sistema un símbolo que designara el instante presente, por ejemplo "*n*", (inicial de la palabra inglesa *now* que significa "ahora"). Pero este nuevo símbolo presenta, como nos advierten Rescher y Urquhart, la dificultad de no ser "ni carne ni pescado"[6], lo que traducimos por "*ni constante ni variable*": "ahora" no es una constante, puesto que este término no designa el mismo instante de tiempo cada vez que lo empleamos; pero tampoco es una variable, ya que en ese caso podríamos cuantificarlo, lo que evidentemente no tiene sentido (¿cómo decir sin absurdo "para todo ahora..." o "existe un ahora..."?). Esta particularidad del estatuto semántico de "ahora" incluye especialmente dos propiedades de las que una axiomática debe dar cuenta.

La primera de estas propiedades es la *redundancia* temporal de "ahora". Esta propiedad nos autoriza a admitir la equivalencia de las proposiciones siguientes:

Se da ahora que p

Se da ahora que se da ahora que p

Se da ahora que se da ahora que se da ahora que p

Etc.

Tales equivalencias se deducirán, por simple recurso a la clásica regla de *sustitución,* si admitimos al comienzo por convención como ya hemos tenido ocasión de hacer en otro contexto en el capítulo precedente[7], que

Se da ahora que p $\equiv p$

---

[6] *Temporal logic*, p. 35.
[7] P. 47.

axioma que se escribirá en nuestro vocabulario actual

$$T_n(p) \equiv p.$$

Ante la necesidad de justificar axiomáticamente las equivalencias anteriores, se había podido estar tentado al principio de relacionarlas simplemente con el axioma 5

$$T_{t'}[T_t(p)] \equiv T_t(p).$$

en el que bastaría admitir que se puede sustituir "t" y "t'" por "n" para poder demostrar a partir de esto

$$T_n(p) \equiv T_n[T_n(p)] \equiv T_n\{T_n[T_n(p)]\} \equiv \quad \text{etc.}$$

Pero una posibilidad de sustitución semejante nos conduciría a tesis que no se pondrían de acuerdo con nuestra intuición fenomenológica de la naturaleza del "ahora". Al contrario, la cuasiconstante "ahora" posee una propiedad calificada por Rescher y Urquhart de *transparencia*, que nos obliga, en el caso de que hubiéramos admitido el axioma 5, a limitar la validez de este axioma. Porque si puede admitirse muy bien:

$$T_{t'}[T_t(p)] \equiv T_t(p),$$

manteniendo la prohibición de sustituir t' por "n", por el contrario si $t = n$, la transparencia de "ahora" es tal que nos vemos obligados a admitir

En el instante t' ahora p, si y solamente si en el instante t' p,

es decir en el caso presente

$$T_{t'}[T_t(p)] \equiv T_{t'}(p).$$

No expondremos aquí todas las disposiciones axiomáticas por las que Rescher y Urquhart aseguran la introducción de la cuasiconstante "n" en su lógica de la datación. Nos proponemos simplemente dar al lector una idea de su manera de proceder, contentándonos con remitirle al *Temporal Logic* para un estudio detallado de los *sistemas* desarrollados por este camino. Porque se trata de una pluralidad de sistemas y esto por dos razones: la primera porque la construcción del edificio axiomático es, como hemos visto, jerárquica, es decir, que a un sistema topológico de base sucede por adición de Ax 5 o de Ax'5 un sistema topológico más rico al que sucederá a su vez, con la introducción de "n" y de los axiomas que regulan su uso un *sistema* más propiamente *temporal*;

la segunda razón es que con esta jerarquización de sistemas encajados se combina una imbricación de sistemas desencajados, siendo la causa de tal desajuste la elección de Ax 5 o Ax'5.

Reparemos simplemente para terminar en que la introducción de la cuasiconstante "*n*" no es tan específicamente temporal como parecen creer a veces los autores de estos sistemas. Porque "ahora" tiene su equivalencia en el espacio, que es "aquí". Así es posible verificar sobre ejemplos que los axiomas dados como característicos del uso de la cuasiconstante "*n*" permanecen igual de característicos si se interpreta "*n*" como indicadora de "aquí". En particular, "aquí" aparece provisto de la misma redundancia que ahora:

Se da el caso aquí que se da el caso aquí que p si y sólo si se da el caso aquí que p.

En cuanto a transparencia, no se le podría negar a "aquí" más que tomando en serio distinciones gramaticales de una lengua como el castellano en la que no se diría

Se da el caso en Madrid que llueve aquí si y sólo si llueve en Madrid

sino más bien

Se da el caso en Madrid que llueve allí si y sólo si llueve en Madrid o bien

Se da el caso en Madrid que llueve aquí si y sólo si llueve aquí (donde yo hablo).

Pero tales *distinciones gramaticales* son tanto más difíciles de conservar para oponer "aquí" a "ahora", puesto que sería posible encontrar el mismo problema en el uso de "ahora". No se dice en castellano

Se dió el caso ayer que llueve ahora si y sólo si ayer llovía

sino más bien

Se dió el caso ayer que llovía entonces si y sólo si llovía ayer

o bien

Se dió el caso ayer que llovería ahora si y sólo si llueve ahora.

"Ahora" referido a "ayer" se transforma en "entonces", exactamente como "aquí" referido a un *en otra parte* se transforma en "allí". De esta forma, el uso gramatical no nos parece justificar la diferencia lógica entre "ahora" y "aquí"; por lo que la introducción de la cuasiconstante "*n*" no nos parece que nos haga salir todavía del dominio simplemente topológico.

2. RELACION ENTRE LAS LOGICAS DE LA DATACION Y LA LOGICA DEL TIEMPO GRAMATICAL. REFERENCIA AL FUNTOR DE LA ANTERIORIDAD. CONSTRUCCION DE DISTINTAS PROPIEDADES A PARTIR DEL SISTEMA MINIMAL R

Llegados a este punto de nuestra exposición tenemos derecho a preguntarnos si las *lógicas de la datación*, tal como las acabamos de esbozar

están simplemente yuxtapuestas a las *lógicas del tiempo gramatical,* tal como las habíamos presentado en el capítulo anterior, o si por el contrario existen entre las dos familias de sistemas relaciones que nos permitan bajo ciertas condiciones pasar de una a otra. No ocultamos que una total falta de comunicación entre ellas significaría que las propiedades captadas por un sistema determinado no se encontrarían en otro; cada tipo de sistema representaría a lo más un discurso sobre el tiempo que no daría cuenta más que de algunos aspectos de éste, puesto que dar cuenta de las otras propiedades sería función exclusiva de otro tipo de sistema. Así nos encontraríamos frente a múltiples sistemas sin traducción.

Felizmente este no es el caso: entre las diferentes lógicas del tiempo, como por otra parte entre los diferentes lenguajes naturales, tendremos ocasión de ver que, aunque no es cierto que cualquier sistema nos de un equivalente de toda expresión y de toda tesis de cualquier otro sistema, al menos existen algunas equivalencias reconocidas que permiten algunas *traducciones* ¿Se puede obtener un equivalente de expresiones halladas en el capítulo anterior, como "Fp" y "Pp", en el lenguaje que utilizan los sistemas que acabamos de tratar al comienzo del presente capítulo? Para decir en ese lenguaje

Será un día que p

debemos decir, por ejemplo, que existe un instante t tal que T_t (p), a lo que deberemos añadir que este instante es posterior al instante presente "n". Nos sería por lo menos difícil expresar el equivalente de "Fp" sin añadir al vocabulario utilizado hasta ahora un predicado susceptible de expresar la posterioridad de t con relación a "n", o más en general, la posterioridad de un tiempo cualquiera t[8] en relación a otro tiempo cualquiera t'. El nuevo predicado que necesitamos.

$$Ut't$$

se leerá entonces

[8] El lector observará que ya hemos expresado en el capítulo I la misma idea de anterioridad-posterioridad con el simple recurso de los ideogramas "$\geqslant$" (pg. 23) y "$<$" (pg. 25), que tenían la ventaja pedagógica de serle familiares al lector, pero que con todo presentan el inconveniente de no ser esas designaciones específicas de la relación temporal que estrictamente necesitamos. Volveremos a tomar a partir de ahora la notación usual en la mayor parte de los autores posteriores a Prior, y escribiremos, en lugar de

$$t < t'$$

y de

$$t \geqslant t'$$

respectivamente,

$$Utt'$$

y

$$Ut't \vee t = t'$$

El instante t' es anterior al instante t

o

El instante t es posterior al instante t'

Ahora estamos en disposición de dar el equivalente siguiente de "Fp":

$$\exists t[Unt \,\&\, T_t(p)]$$

y el equivalente siguiente de "Pp":

$$\exists t[Utn \,\&\, T_t(p)].$$

Para dar un equivalente de "Gp", recordemos[9] que

$$Gp \underset{\text{def}}{=} \sim F \sim p$$

lo que, utilizando el equivalente anterior de "F", da como expresión de "Gp"

$$\sim \exists\, t[Unt \,\&\, T_t(\sim p)]$$

expresión a la que la sucesiva aplicación de la *teoría de la cuantificación,* del *cálculo de proposiciones* y de

$$\text{Ax 1} \quad T_t(\sim p) \equiv \sim T_t(p)$$

permite transformar en

$$\begin{array}{ll} \forall\, t \sim & [Unt \,\&\, T_t(\sim p)] \\ \forall\, t & [Unt \supset \sim T_t(\sim p)] \\ \forall\, t & [Unt \supset T_t(p)]. \end{array}$$

es decir

Cualquiera que sea el instante t, si t es posterior a ahora, entonces se da el caso en t que p

Un procedimiento análogo nos permitirá, a partir de la definición[10]

$$Hp \underset{\text{def}}{=} \sim P \sim p,$$

llegar a la expresión equivalente de "Hp"

$$\forall\, t[Utn \supset T_t(p)]$$

es decir

[9] Cf. p. 49.
[10] Cf. p. 49.

Cualquiera que sea el instante t, si t es anterior a ahora, entonces sucede en t que p.

La introducción de esas equivalencias permite en adelante construir sistemas de datación que correspondan a los sistemas del tiempo gramatical que habíamos visto en el capítulo precedente. Es por esto por lo que Rescher y Urquhart nos proponen el sistema R, del que no hemos indicado anteriormente sino los axiomas[11] principales, y en el que demuestran que toda tesis encuentra su equivalente en el sistema K_t[12], de la misma forma que toda tesis de K_t encuentra a su vez el suyo en el sistema R. Así, podemos calificar el sistema R de *minimal* como habíamos hecho con K_t, en el sentido de que ni uno ni otro captan, evidentemente, más que un cierto número de propiedades del tiempo, de las que no dan cuenta sino las axiomáticas más ricas. Nada nos impide aquí volver a encontrar en el vocabulario de la datación el equivalente de los sistemas más fuertes de los que hemos dado la estratificación en el capítulo anterior, estratificación que está resumida en el cuadro de la página 66.

Queremos completar el sistema R con lo que hemos llamado una cierta *transitividad* del tiempo, y que es en realidad la transitividad de la relación *anterioridad-posterioridad* que hemos designado por "U"; nos bastará añadir el axioma

$$(Utt' \;\&\; Ut't'') \supset Utt'',$$

que, según que substituyamos en él la cuasiconstante "*n*" en "*t*" o en "*t''*", nos dará

$$(Unt' \;\&\; Ut't'') \supset Unt'',$$

o

$$(Utt' \;\&\; Ut'n) \supset Utn,$$

es decir, nos permitirá establecer en el primer caso que *el futuro del futuro es el mismo futuro*, en el segundo, que *el pasado del pasado es el mismo pasado*, y nos permitirá acceder así fácilmente, por el juego de las equivalencias anteriores a los dos teoremas característicos del sistema K_c[13].

Ax 3 $\quad FFp \supset Fp$
Ax 3* $\quad PPp \supset Pp.$

---

[11] *Temporal logic*, pp. 31-67. Indiquemos simplemente que, entre Ax 5 y Ax'5, el sistema R elige el primero.

[12] Cf. más arriba, pp. 49 y ss.

[13] Cf. p. 51.

Habíamos visto en el capítulo precedente que la linealidad del tiempo no se imponía con igual evidencia con respecto al pasado que con respecto al porvenir. Una lógica del tiempo que se distinguiese de una lógica topológica, ¿no sería efectivamente aquella que conservara la linealidad solamente para el pasado y considerara por el contrario que el curso del tiempo se ramifica a partir del instante presente? En una representación de este estilo, el papel que jugaba el Ax $4^{\bigstar}$[14] en las *lógicas del tiempo gramatical no mensurable* podría ser asumido en las *lógicas de la datación* por un axioma nuevo

$$(\mathrm{U}tn \;\&\; \mathrm{U}t'n) \supset (\mathrm{U}tt' \vee \mathrm{U}t't \vee t = t'),$$

es decir que

Si los instantes t y t' son uno y otro pasados, entonces uno es anterior a otro, a menos que se confundan uno con otro[15].

Así esta *conexión condicional* impide que dos instantes pasados se sitúen en dos líneas diferentes, en virtud de las cuales no hubiese sido posible que ninguno fuera anterior al otro.

Para ampliar la linealidad del tiempo al futuro y mantener el papel que jugaba en el capítulo anterior el axioma 4^{16}, sería posible añadir un axioma que no se diferenciase del anterior más que por su antecedente:

$$(\mathrm{U}nt \;\&\; \mathrm{U}nt') \supset (\mathrm{U}tt' \vee \mathrm{U}t't \vee t = t'),$$

aplicando en este caso al porvenir lo que el anterior limitaba al pasado. Pero no se ve el interés que tendría el asegurar la *linealidad relativa al futuro* por un axioma distinto del que determina la *linealidad relativa al*

---

[14] Cf. p. 51.

[15] Señalemos que esta *linealidad relativa al pasado* difiere ligeramente de la *backwards linearity* tal como la definen por ejemplo **Rescher** y **Urquhart** en *Temporal logic* (p. 68) mediante la expresión

$$(\mathrm{U}xz \;\&\; \mathrm{U}yz) \supset (\mathrm{U}xy \vee x = y \vee \mathrm{U}yx).$$

Esta expresión significa efectivamente que si dos instantes x e y (que pueden perfectamente ser futuros) son anteriores a un instante cualquiera z (no necesariamente presente), uno de los dos es anterior a otro, a menos que se confundan. Para obtener a partir de esta expresión el equivalente del axioma que se trata, basta substituir la variable "z" por la cuasiconstante "*n*". Así la linealidad *hacia el pasado* (*backwards*) engloba la linealidad *en el pasado*, según la hemos definido, como un caso particular. En nuestra opinión, sin embargo, es a ésta última linealidad, más restringida, a la que corresponden exactamente la representación del tiempo a la que hemos aludido y en especial un axioma como Ax $4^{\bigstar}$, que la expresa mucho más brevemente que la fórmula de **Rescher** y **Urquhart**. Es evidente que se podría hacer una observación análoga sobre el párrafo siguiente, a propósito de la *linealidad relativa al futuro*.

[16] Cf. p. 52.

pasado. Porque si hemos visto que una temporalidad lineal hacia el pasado pero ramificada hacia el porvenir no carece en absoluto de sentido, al contrario se comprende mal a qué respondería en este caso una linealidad hacia el porvenir que fuera combinada con ramificaciones hacia el pasado. Así pues sería mucho más simple, si se decide no limitar la linealidad al pasado sino extenderla al porvenir, sustituir en los dos axiomas precedentes la expresión de una *conexión incondicional.*

$$Utt' \vee Ut't \vee t = t',$$

la cual nos garantiza que dos instantes distintos cualesquiera se encuentran sobre la misma línea.

Para expresar la *infinitud* del tiempo, tendremos que decir, como en las *lógicas del tiempo gramatical,* por una parte que el tiempo no se detendrá, es decir, que cualquiera que sea el instante t, *existe siempre un instante* t' *que le es posterior*

$$\exists\, t'\, Utt',$$

y por otra parte, que el tiempo no ha tenido comienzo, es decir, que cualquiera que sea el instante t, *existe siempre un instante* t' *que le es anterior*

$$\exists\, t'\, Ut't.$$

Estos dos nuevos axiomas juegan respectivamente el mismo papel que Ax 5 y Ax 5$^{\star 17}$ en *las lógicas del tiempo gramatical no mensurable.*

En cuanto a la *densidad* del tiempo, que nos garantiza que entre dos instantes de tiempo cualquiera se encuentra siempre un tercero, nos bastaría, en la lógica de la datación, con admitir en lugar de los axiomas Ax 6 y Ax 6$^{\star 18}$ del capítulo anterior un único axioma como

$$Utt' \supset \exists\, t''(Utt'' \,\&\, Ut''t')$$

que se aplicaría sólo al porvenir, si substituyéramos "t" por "n", y sólo al pasado, si substituyéramos "t'" por "n". Así es posible volver a enencontrarse el lenguaje de la datación esta jerarquía de sistema que gradúan las propiedades del tiempo, que se expresaría sin embargo en cualquier otro lenguaje diferente del tiempo gramatical.

Igual que acabamos de mostrar las equivalencias posibles entre *lógicas de la datación y lógicas del tiempo gramatical no mensurable,* siguiendo

[17] Cf. p. 54.
[18] Cf. p. 55.

el camino explorado por Rescher y Urquhart sobre la base de su sistema R, igualmente podríamos aclarar la análoga correspondencia entre *lógicas de la datación* y *lógicas del tiempo gramatical mensurable*. En este caso tal vez tendríamos interés, no en referirnos al sistema R, que si recordamos[19] se basa particularmente en el postulado

$$\text{Ax } 5 \quad T_{t'}[T_t(p)] \equiv T_t(p)$$

sino en escoger un sistema que reemplace Ax 5 por

$$\text{Ax}' \ 5 \quad T_{t'}[T_t(p)] \equiv T_{t'+t}(p)^{20}$$

que implica lo que hemos llamado una cierta *transitividad* del tiempo y de hecho nos dispensa en particular de buscar un nuevo axioma que asuma el papel que juega, en las *lógicas del tiempo gramatical mensurable*[21].

$$\text{Ax}' \ 6 \quad FmFnp \supset F(m+n)p$$
$$\text{Ax}' \ 6^{\star} \quad PmPnp \supset P(m+n)p.$$

Sean las que sean las simplificaciones que se puedan esperar en este camino, nosotros lo descartaremos para no correr el riesgo de perder al lector en una excesiva multiplicidad de sistemas posibles y nos mantendremos siempre en un sistema, como el sistema R, que prefiere el Ax 5 al Ax'5, lo que por lo demás nos aproximará a los trabajos expuestos por Prior en *Time and tense*[22]. Con la base de un sistema como R no podremos incorporar las tesis de la *lógica del tiempo gramatical mensurable* más que si disponemos de un predicado triádico del tipo

$$Utt'i$$

para expresar que

El instante t es anterior en una duración i *al instante t'*[23]

Como hemos rechazado Ax'5, tendremos necesidad de un axioma nuevo si intentamos a pesar de todo conservar en un sistema semejante la *transitividad* del tiempo. El papel que tenían Ax'6 y Ax'6* en el capítulo anterior podrá ser asumido aquí por un axioma único

$$(Utt'i \ \& \ Ut't''j) \supset Utt''(i+j).$$

---

[19] Cf. pp. 69 y 75, en particular la nota n.o 11.

[20] Cf. p. 70.

[21] Cf. p. 60.

[22] *Papers on time and tense*, cap. 9, pp. 88-97.

[23] Designaremos por "*i*", "*j*", etc., las duraciones o distancias en el tiempo que habíamos llamado en el capítulo precedente "*m*" y "*n*"; porque desde entonces a aquí, "*n*" ha sido empleada para designar la cuasiconstante "ahora", empleo que conservaremos en adelante.

La linealidad relativa al pasado, que Ax'7* garantizaba en el capítulo anterior, podrá expresarse por medio del axioma:

$$(Utni \ \& \ Ut'ni) \supset (t = t')$$

y la *linealidad relativa al futuro*, asegurada anteriormente por Ax'7[24], se expresará por

$$(Unti \ \& \ Unt'i) \supset (t = t')$$[25]

Estos dos últimos axiomas significan que *si dos instantes t y t' son ambos anteriores o si son ambos posteriores en una misma duración i en el instante presente n, entonces se confunde;* lo que impide a dos instantes pasados o futuros situarse en ramificaciones diferentes. Si tenemos que expresar en el mismo lenguaje la *infinitud* del tiempo, señalaremos por una parte que el tiempo no se detendrá (lo que expresaba Ax'8[26] en el capítulo anterior) diciendo que, cualquiera que sea el instante *t* y el intervalo *i*, existe un instante *t'* posterior a *t* en ese mismo intervalo:

$$\exists \, t' \, Utt'i$$

y señalaremos por otra parte que el tiempo no ha tenido comienzo (Ax'8* del capítulo anterior) por el axioma análogo:

$$\exists \, t' Ut'ti.$$

En lo que se refiere a la expresión de la *densidad* y la *continuidad* del tiempo volveremos a encontrar la situación de las *lógicas del tiempo gramatical mensurable*, es decir, que esas propiedades no se obtendrán por adición de nuevos axiomas, sino por la elección del conjunto numérico en el que deberán tomarse los números *i, j*, etc., bastando el conjunto de los *racionales positivos* para dar la *densidad*, y siendo indis-

---

[24] Cf. más arriba, p. 60.

[25] Preferimos, para expresar estos dos tipos de linealidad, estas expresiones frente a las que se encuentran en Prior (*Papers on time and tense*, pp. 94 y 95), a saber:

$$CUbanCUcanIbc$$

y

$$CUabnCUacnIbc$$

expresiones cuyos equivalentes en nuestra notación serán respectivamente

$$(Utt''i \ \& \ Ut't''i) \supset (t = t')$$

$$(Ut''ti \ \& \ Ut''t'i) \supset (t = t')$$

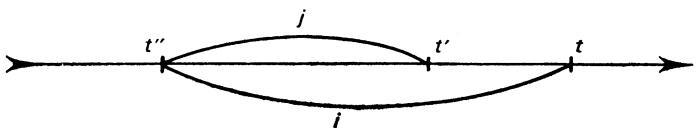
y ello por una razón que ya hemos expuesto en la nota 15 de la página 77, en un contexto apenas diferente.

[26] Cf. más arriba, p. 62.

pensable acudir por el contrario a los *reales positivos* para añadir la *continuidad.* En cuanto a los axiomas necesarios[27] para dar cuenta del pasado interior al futuro y del futuro interior al pasado, en lugar de los dos axiomas Ax'9 y Ax'9★ podríamos tener

$$(Ut''ti \,\&\, Ut''t'j) \supset Ut't(i - j) \qquad \text{para } i > j$$

que significa que *si,* como en el esquema siguiente,



—el intervalo i es superior al intervalo j

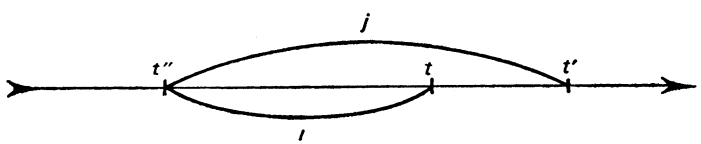
—el instante t'' es anterior a t en un intervalo i y anterior a t' en un intervalo j

entonces t' es anterior a t en i − j

De manera análoga, a los dos axiomas Ax'10 y Ax'10★ del capítulo anterior corresponderá el axioma único

$$(Ut''ti \,\&\, Ut''t'j) \supset Utt'(j - i) \qquad \text{para } i < j$$

esta vez conforme al esquema siguiente



Así las *lógicas de la datación,* a partir de un vocabulario radicalmente diferente al de las *lógicas del tiempo gramatical,* llegan a encontrar otra vez la construcción estratificada de las propiedades del tiempo, que habíamos encontrado en el capítulo anterior, tal como lo resumía el cuadro de la página 66. Sin duda, para obtener de nuevo estas propiedades, ha sido necesario añadir a los elementos que señalan específicamente la datación un predicado "U" que expresa la anterioridad, predicado diádico cuando no se hacía cuestión de la medida, triádico cuando ésta entraba en consideración.

[27] Cf. p. 63.

5 «Ayer», «Mañana», «Acto seguido», «Despues», «Desde», «Hasta»

En los dos capítulos precedentes hemos estudiado las formalizaciones posibles de los dos principales modos de expresión de la temporalidad ya presentes en el interior de las lenguas indoeuropeas, a saber, de un lado los tiempos gramaticales, y del otro la indicación circunstancial de la fecha. Pero si permanecemos todavía al nivel de los lenguajes naturales, podemos ya observar en ellos elementos lógicos que no se expresan ni a través del tiempo gramatical ni a través del proceso de datación, sino por medio de toda una serie de *preposiciones* y de *adverbios*, como los que constituyen el título del presente capítulo. En realidad hemos encontrado ya uno de estos elementos en el capítulo precedente, la relación lógica que se expresa en las preposiciones "antes" y "después". Si introdujimos ya en ese momento una fórmula como:

$$Utt'$$

que quizás hubiera tenido normalmente su lugar más adecuado en la familia que constituye el objeto del capítulo actual, es porque teníamos necesidad de esta relación para establecer las conexiones posibles entre las *lógicas de la datación* que estábamos estudiando allí y las *lógicas*, anterioremente expuestas, *del tiempo gramatical.* Así nos habíamos visto obligados a anticiparnos al desarrollo que hacemos en este momento.

En efecto, la presencia de estos adverbios y preposiciones manifiesta posibilidades lógicas a propósito de las cuales se pueden plantear diversas preguntas, en particular: ¿se prestan estos términos gramaticales a una formalización? Esta formalización, si es posible, ¿va a conducirnos a sistemas sin conexión, bien entre ellos mismos, bien con los sistemas anteriormente expuestos, o por el contrario encontraremos elementos de traducción que nos permitan pasar de un sistema a otro? Admitiendo en fin que existen ciertas posibilidades de traducción, ¿no debería-

mos considerar ciertos lenguajes más fundamentales que otros, a saber, aquellos a los que pueden reducirse los demás sin que ellos mismos puedan ser reducidos a otros? Esta es la serie de consideraciones a las que nos entregaremos a partir de la cuestión gramatical de las preposiciones y los adverbios temporales.

1. SE DARA EL CASO EN EL MOMENTO SIGUIENTE QUE *p*" Y SE HA DADO EL CASO EN EL MOMENTO PRECEDENTE QUE *p*" (D. SCOTT)

Las consideraciones que hemos mantenido en los capítulos precedentes tenderían a hacer creer que la concepción del tiempo, que nos parecía más adecuada a la práctica del sentido común, consistía en representárselo como *lineal, infinito, denso* y *continuo*. No es menos cierto que algunas expresiones de nuestros lenguajes naturales se apoyan sobre el desconocimiento deliberado de algunas de estas propiedades. En particular, cuando nosotros nos referimos a la *víspera*, o al *día siguiente*, la representación que ponen de manifiesto designaciones como "ayer" y "mañana" es la de un tiempo *discreto*. Si estamos hoy a 27 de Agosto, "ayer" es aquella zona que ha durado del 26 de Agosto a las 0 horas, al 26 de Agosto a las 24 horas, como "mañana" es aquella zona que durará del 28 de Agosto a las 0 horas al 28 de Agosto a las 24 horas. De ayer a hoy hemos pasado tan bruscamente como pasaremos bruscamente de hoy a mañana. Esta representación de un tiempo *discreto* no está reservada exclusivamente a las formas más vulgares y menos científicas del discurso: una racionalidad tan elaborada como la racionalidad jurídica establece con bastante frecuencia la serie discreta de los días, de ahí la importancia de la noción de "día civil", que nos permite enlazar esta concepción discreta del tiempo, cuando la utilizan las disposiciones legales, con la concepción de un tiempo denso e incluso continuo sobre la que se apoya la racionalidad en la mayor parte de las restantes circunstancias; Prior cita[1], como otro ejemplo de tiempo discreto, el caso de ciertos ordenadores, para los cuales la aplicación del cálculo a situaciones concretas obliga a sustituir el desarrollo continuo de los acontecimientos por consecuencias de estados distintos.

En una representación discreta del tiempo tal, ¿cómo decir

Se dará el caso mañana que p

o

Se dió el caso ayer que p

---

[1] *Past, present and future*, p. 67

o, más en general, para no quedarnos en el caso particular de discreción que es la sucesión de los días marcada por el ritmo solar,

Se dará el caso en el instante inmediatamente siguiente que p

lo que propondremos[2] escribir

$$T_s p$$

y

Se dió el caso en el instante inmediatamente precedente que p

lo que escribiremos

$$Yp \quad ?$$

Aunque tales expresiones sean parecidas a las formas del tiempo gramatical que son el futuro y el pretérito, sin embargo es imposible expresarlas a partir de éstas. Como hace observar Prior[3], podemos, sirviéndonos del *futuro*, escribir

Se dará el caso en el instante siguiente por última vez que p

$$Fp \,\&\, \sim FFp$$

lo que se puede ilustrar, volviendo a tomar la matriz de Prior[4], por la tabla de verdad siguiente, donde "*x*" designa el instante presente (aquí de valor indiferente):

x 1 0 0 0 etc. ("0" repetido infinitamente)

o también

---

[2] Volvemos aquí a tomar los símbolos de uso corriente entre los autores anglosajones, en particular **Prior**, ibid., con la única diferencia de que escriben simplemente "T*p*" allí donde nosotros preferimos emplear "$T_S p$". "T" es aquí la inicial de la palabra inglesa "*tomorrow*", *mañana*, e "Y", de "*yesterday*", *ayer*. Si personalmente añadimos a "T" una "*s*" como índice, es para distinguir cuidadosamente este funtor de la "T", era inicial de "true" *verdad*, que habíamos visto en los capítulos I y IV en expresiones como

$$T_t(p)$$

p en el instante t.

La "*s*" que añadimos a "T" es la inicial de Dana Scott, cuyo papel en la constitución de sistemas que emplean como término primero "T_S" vamos a ver más adelante.

[3] *Past, present and future*, pp. 66-67.

[4] Cf. más arriba, pp. 37 y ss.

Se dará el caso en el instante que sigue al instante siguiente por última vez que p

$$FFp \,\&\, \sim FFFp$$

lo que puede ilustrarse con la siguiente tabla, donde "*x*" e "*y*" designan respectivamente el instante presente y el instante siguiente (uno y otro de valor indiferente)

x y 1 0 0 0 etc. ("0" repetido infinitamente)

Pero no es posible a partir del futuro decir pura y simplemente

Se dará el caso en el instante siguiente que p

Por otra parte también es imposible, como lo hace notar además Prior, lograr el paso inverso, es decir, definir

$$Fp$$

a partir de

$$T_s p.$$

A lo más, se encontrará por este camino una serie infinita de casos particulares de "F*p*" como:

$$T_s p \vee T_s T_s p$$
$$T_s p \vee T_s T_s p \vee T_s T_s T_s p$$
$$T_s p \vee T_s T_s p \vee T_s T_s T_s p \vee T_s T_s T_s T_s p$$

es decir

Se dará el caso al menos en uno de los dos (tres, cuatro, etc.) instantes próximos que p

sin que pueda jamás conseguirse una definición general.

Un autor como Dana Scott[5], el primero al parecer (en 1965) en comprometerse en este camino, se ha visto obligado a añadir dos términos primitivos "T_s" e "Y" a los términos primitivos ya necesarios en un sistema del *tiempo gramatical* que pretenda expresar el *futuro* y el *pasado*. Para constituir así un sistema del tiempo discreto que integre los cuatro funtores temporales "F", "P", "T_s" e "Y", (así como "G" y "H", obtenidos anteriormente por medio de una definición a partir de "F" y "P"),

[5] Se puede encontrar una exposición del sistema de Scott en **Prior**, *Past, present and future*, pp. 66 y ss.

Scott propone tomar primeramente un sistema del *tiempo gramatical no mensurable* que implique ya *transitividad, linealidad* e *infinitud* como propiedades del tiempo, es decir, que suponga la serie de axiomas de Ax 1 hasta Ax 5★, hallados en el capítulo III, y añadir a estos los cinco axiomas suplementarios

$$
\begin{array}{ll}
T_s\,1 & \sim F \sim p \supset T_s p \quad \text{equivalente a} \quad Gp \supset T_s p \\
T_s\,2 & \sim T_s \sim p \equiv T_s p \\
T_s\,3 & T_s(p \supset q) \supset (T_s p \supset T_s q) \\
T_s\,4 & p \supset Y\, T_s p \\
T_s\,5 & T_s p \supset [\sim F \sim (p \supset T_s p) \supset \sim F \sim p] \\
 & \text{equivalente a} \quad T_s p \supset [G(p \supset T_s p) \supset Gp].
\end{array}
$$

A esos cinco axiomas convendría añadir aún otros cinco, que podríamos numerar de Y1 a Y5, y que obtendríamos directamente reemplazando en cada uno de los cinco axiomas precedentes "F" por "P", "T_S" por "Y", e "Y" por "T_S", a menos que aquí también la introducción de una *regla del espejo*[6] nos dispense de esta nueva postulación.

Se puede comparar útilmente $T_S 1$ con Ax 5 del capítulo III[7], que forma parte siempre, como hemos visto, de la presente axiomática. Habíamos observado que

$$\text{Ax } 5 \qquad Fp \vee F \sim p$$

equivalía a

$$Gp \supset Fp.$$

Nuestro nuevo axioma $T_S 1$ añade entonces a la indicación dada por Ax 5

Si se dará el caso siempre que p, entonces se dará un día que p

la indicación complementaria

Si se dará el caso siempre que p, entonces se dará el caso en el instante siguiente que p

Es decir, que el axioma $T_S 1$ extiende al instante inmediatamente si-

---

[6] Cf. más arriba, p. 50.

[7] Cf. más arriba, p. 54. Nos contentaremos aquí con comparar los axiomas T_S a los axiomas sin asterisco de la columna de la izquierda del cuadro de la página 66, siendo la comparación de los axiomas Y con los axiomas señalados mediante asterisco exactamente simétrica de la anterior.

guiente una característica que el Ax 5 aplicaba al simple futuro garantizando con ello la *infinitud* del tiempo que ha de venir. Igualmente puede compararse T_s3 con Ax 1[8], tanto más cuanto que es fácil mostrar que

$$\text{Ax 1} \quad \sim F \sim (p \supset q) \supset (Fp \supset Fq)$$

es equivalente a

$$G(p \supset q) \supset (Gp \supset Gq).$$

T_s3, entonces, amplía al funtor "T_s" una propiedad ya reconocida del funtor "G".

Los restantes axiomas nuevos expresan por el contrario propiedades originales, más irreductibles, del nuevo funtor. T_s2 no tiene evidentemente un equivalente tal que se pueda reemplazar en él "T_s" por "F". Porque si

$$\sim F \sim p \supset Fp$$

o

$$Gp \supset Fp$$

se deriva fácilmente de Ax 5, no sucede lo mismo con la implicación inversa

$$Fp \supset Gp$$

que no se corresponde con ninguna concepción clásica del tiempo. Ocurre lo mismo con T_s4, que, relacionándolo con T_s2 e Y2, permite establecer la equivalencia característica

$$p \equiv Y\, T_s p$$

según la cual el instante presente se confunde con el instante que sigue inmediatamente al instante inmediatamente precedente. En cuanto al axioma T_s5, que se podría escribir también bajo la forma

$$[T_s p \,\&\, G(p \supset T_s p)] \supset Gp$$

---

[8] Cf. p. 49.

su interés estriba en expresar lo que se podría llamar un modo de *razonamiento por recurrencia temporal.* Significa en efecto que la combinación de dos condiciones

1) *en el instante siguiente p*

2) *siempre, si p en el instante* t_0, *entonces se dará el caso que p en el instante siguiente* t_1

trae como consecuencia que *se dará el caso siempre que p*

2. "AHORA *p* E INMEDIATAMENTE DESPUES *q*" (G. H. VON WRIGHT)

En la misma época que Scott, Georg Henrik von Wright[9] había concebido establecer una lógica del tiempo discreto sobre una base aparentemente diferente. Introducía en efecto como término primitivo no el funtor de un solo argumento que hemos designado por "$T_s p$", sino un funtor de dos argumentos al que denominaremos[10]

$$T_{w1}\, pq$$

expresión que leía como

p ahora, y q en el instante inmediatamente siguiente.

John E. Clifford hizo notar[11] que el funtor monádico y el funtor diádico de von Wright se podían definir el uno por el otro. En efecto, para ello se podía escoger una de estas dos definiciones

$$T_{w1}\, pq \underset{\text{def}}{=} p \,\&\, T_s q$$

$$T_s p \underset{\text{def}}{=} T_{w1}(p \supset p)p$$

según se prefiriera reducir el functor de von Wright al de Scott o el de Scott al de von Wright. La primera de estas definiciones no entraña dificultad alguna: para percibir en ella el contenido intuitivo, basta dar a los símbolos el sentido que habíamos convenido. En cuanto a la segunda definición, nos proporciona de

[9] And next, *Acta philosophica fennica*, fasc. 18, 1965, pp. 293-304.

[10] "T" ya no es aquí la inicial de *tomorrow* sino de *then* (después); añadimos como índice "w_1", "*w*" por la inicial del autor, y 1, para poder distinguir un poco más adelante otro funtor utilizado por el mismo autor, que designaremos por lo mismo "Tw_2".

[11] Tense logic and the logic of change, *Logique et analyse*, n.º 34, Junio 1966.

Se dará el caso en el instante siguiente que p

la equivalencia

Ahora si p, entonces p y en el instante siguiente p

al haber escogido aquí "si *p entonces p*" simplemente como la tautología más breve, la primera mitad de la expresión precedente, a saber "ahora si *p* entonces *p*" no nos aporta nada estrictamente hablando: lo que trae como resultado que la expresión completa sólo nos aporte realmente de nuevo las indicaciones contenidas en su segunda parte.

Una primera diferencia entre el sistema de Scott y el sistema presente de von Wright es que éste se limita a la consideración del *instante inmediatamente siguiente* sin ocuparse del *instante inmediatamente precedente.* Esta primera diferencia apenas tiene importancia: bastaría en efecto con añadir al sistema de von Wright un funtor diádico que significara

p ahora y q en el instante inmediatamente precedente

y agregar por ejemplo a su axiomática una *regla del espejo*[12] para suprimir enteramente esta diferencia. Existe una segunda diferencia más importante: en tanto que Scott se dedica a enlazar las tesis que integran la consideración del *instante inmediatamente siguiente* (o *precedente*) con las tesis ya clásicas que se refieren al *futuro* (o *pasado*) en general, von Wright no se preocupa de este enlace y se contenta con desarrollar, por sí misma, su lógica del futuro inmediato.

Para la axiomática de su sistema, von Wright añade simplemente a una axiomática del *cálculo de proposiciones*, que admite en particular la *regla de substitución*, y la *regla de separación*, una regla nueva y cuatro axiomas complementarios. La regla, llamada *regla de extensionalidad*, autoriza a concluir de la equivalencia de dos expresiones A y B la equivalencia de dos expresiones más complejas que serían exactamente semejantes si A no tomara en una el lugar que B ocupa en la otra. Los cuatro axiomas son[13]

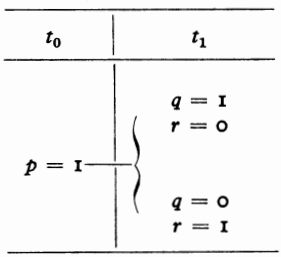
$$\begin{array}{ll} T_{w1}\,1 & T_{w1}(p \vee q)(r \vee s) \\ & \qquad \equiv (T_{w1}\,pr \vee T_{w1}\,ps \vee T_{w1}\,qr \vee T_{w1}\,qs) \\ T_{w1}\,2 & (T_{w1}\,pq \,\&\, T_{w1}\,pr) \supset T_{w1}\,p(q \,\&\, r) \\ T_{w1}\,3 & p \equiv T_{w1}\,p(q \vee \sim q) \\ T_{w1}\,4 & \sim T_{w1}\,p(q \,\&\, \sim q). \end{array}$$

---

[12] Cf. más arriba, p. 50 y p. 86.

[13] La axiomática que conservamos aquí es la axiomática simplificada (por modificación de $T_{w1}\,2$) que von Wright expone en particular en "Quelques remarques sur la logique du-temps et les systèmes modales" (sic), *Scientia,* noviembre-diciembre 1967, p. 6.

El primero de estos axiomas pone de relieve la interesante *propiedad* de *distributividad* del conector temporal "y en el instante siguiente" con respecto al conector lógico "o". El segundo axioma nos garantiza la *linealidad* del futuro, como se puede verificar en el contra-ejemplo que constituye el diagrama ramificado siguiente



en el cual, situándose en el instante t_0 considerado como presente, el antecedente de nuestro axioma, es decir,

$$T_{w1}\, pq \;\&\; T_{w1}\, pr$$

es ciertamente verdad, en tanto que el consecuente

$$T_{w1}\, p(q \;\&\; r)$$

es falso. El tercer axioma expresa la propiedad que von Wright califica de *tautología* y Prior de *redundancia*; en efecto, la expresión

$$T_{w1}\, p(q \vee \sim q)$$

en la que "$q \vee \sim q$" representa una tautología cualquiera (como "$p \supset p$" en la página 88), no nos proporciona ningún dato original, haciéndonos saber que esta tautología será verdadera en el instante siguiente; el único dato que verdaderamente nos aporta es que "p" es verdadero en el instante presente; de aquí su equivalencia con "p" que viene expresada en el axioma. Sin embargo, se debe observar que el principal interés de esta propiedad de *redundancia*, interés que quizás haya escapado al lector, es el de entrañar la *infinitud* del tiempo (o más exactamente, su infinitud en la dirección del porvenir): en efecto; el axioma $T_{w1}3$ nos dice que la afirmación de un acontecimiento *cualquiera* actual, p, es equivalente a la afirmación conjunta, de la actualidad de ese acontecimiento, y del hecho de que ese acontecimiento estará seguido de un tiempo en el cual las tautologías seguirán siendo verdaderas; entonces no habrá un instante último. En cuanto al axioma cuarto, nos

garantiza que en el instante siguiente las *contradicciones* o *antilogías* como "$q \,\&\, \sim q$" no comenzarán de repente a ser verdaderas.

Ninguna de las propiedades expresadas por los axiomas de von Wright es original con respecto al sistema de Scott. Clifford[14] ha mostrado que define el funtor diádico de von Wrght a partir del funtor monádico de Scott, los cuatro axiomas de von Wright se podrían deducir del equivalente de los dos únicos axiomas de Scott que no contienen otro funtor temporal que "T_s", a saber

$$T_s 2 \quad \sim T_s \sim p \equiv T_s p$$
$$T_s 3 \quad T_s(p \supset q) \supset (T_s p \supset T_s q)$$

con la condición de añadir a estos la regla

$$Si \vdash A, entonces \vdash T_s A$$

regla que hacía innecesaria en el sistema de Scott la combinación de la regla

$$Si \vdash A, entonces \vdash \sim F \sim A$$[15]

y del axioma

$$T_s 1 \quad \sim F \sim p \supset T_s p$$

Entonces, el sistema de von Wright es en realidad un subsistema de la *lógica del tiempo discreto* de Scott.

Igualmente se puede interpretar como han observado Rescher y Garson[16] el sistema de von Wright desde las *lógicas del tiempo gramatical mensurable,* tal como la hemos expuesto en la segunda mitad del capítulo III[17]. Porque el sistema de von Wright conserva su validez si en lugar de dar a "$T_{w1} pq$" el sentido de

p ahora, y q en el instante inmediatamente siguiente

se le atribuye el sentido más general de

p ahora y q n tiempo después

designando "n" un intervalo específico destinado a permanecer

[14] *Tense logic and the logic of change.* Cf. igualmente **Prior,** *Past, presente and future, pp.* 69-70.

[15] Cf. más arriba, p. 49.

[16] A note on chronological logic, *Theoria,* vol. 33, 1967, pp. 39-44.

[17] Cf. más arriba, pp. 58-65.

constante a través de todo el sistema. Si $n = 24$ horas, el sistema podría aplicarse por ejemplo a la sucesión de estados del mundo tal como pueden ser todos los días a mediodía. Para reducir en estas condiciones el sistema de von Wright al tipo de sistemas estudiados en la segunda mitad del capítulo III, tenemos necesidad de una definición como

$$T_{w1}\, pq \underset{\text{def}}{=} p \,\&\, Fnq.$$

A menos que se proponga el paso inverso, es decir, que se busque, no ya reducir el sistema de von Wright a la *lógica del tiempo gramatical mensurable*, sino, a la inversa, reducir ésta última al primero. Lo más simple será en estas condiciones limitar el conjunto en el que serán elegidos los valores de n al de los *enteros naturales* y proponer por ejemplo las definiciones recursivas

$$Fo\, p \underset{\text{def}}{=} p$$
$$F(n+1)p \underset{\text{def}}{=} T_{w1}(p \supset p)Fnp$$

que permiten construir sucesivamente las definiciones

$$F1\, p \underset{\text{def}}{=} T_{w1}(p \supset p)p$$
$$F2\, p \underset{\text{def}}{=} T_{w1}(p \supset p)[T_{w1}(p \supset p)p]$$
$$F3\, p \underset{\text{def}}{=} T_{w1}(p \supset p)\{T_{w1}(p \supset p)[T_{w1}(p \supset p)p]\}$$
Etc.

indicando aquí la tautología "$p \supset p$", como anteriormente[18], el lugar de un instante presente del que no hay nada especial que afirmar.

3. "AHORA p Y DESPUES q" (G. H. VON WRIGHT)

Poco después de haber publicado el sistema precedente, G. H. von Wright[19] propuso un nuevo sistema, cuyas semejanzas y diferencias con el primero son interesantes de señalar. El funtor característico de este nuevo sistema, que nosotros escribiremos para distinguirlo del precedente

$$T_{w2}\, pq$$

[18] Cf. más arriba, pp. 88-91.

[19] And then, *Commentationes physio-mathematicae*, vol. 32, n.º 7, 1966.

no se debe leer

ahora p e inmediatamente después q

sino

ahora p y después (tarde o temprano) q

es decir, que la expresión afirma, además de la actualidad de *p*, la llegada de *q* en un futuro cualquiera, independientemente de que este futuro sea o no inmediato, próximo o lejano. Así von Wright da de "T_{w2}" el equivalente inglés *and then* (*y después*), mientras que propone como equivalente de "T_{w1}" *and next* (*e inmediatamente después*). Se ve enseguida que un funtor así no estará unido, como lo estaba el anterior, a una concepción *discreta* del tiempo.

La axiomática del nuevo sistema conserva los tres axiomas $T_{w1}1$, $T_{w3}3$, $T_{w1}4$[20], de los cuales se podrá verificar que guardan su evidencia intuitiva después de modificar la interpretación del funtor temporal. Evidentemente este no puede ser el caso de

$$T_{w1}\,2 \quad (T_{w1}\,pq \,\&\, T_{w1}\,pr) \supset T_{w1}\,p(q \,\&\, r).$$

Porque de *ahora p después q*, y de *ahora p después r*, el sentido común no autoriza a deducir que *ahora p y después simultáneamente q y r*, sino más bien que *ahora p, después o bien q y r o bien q después r o bien r después q;* esto es lo que expresa el axioma siguiente, por el que conviene sustituir $T_{w2}2$.

$$T_{w2}\,2 \quad (T_{w2}\,pq \,\&\, T_{w2}\,pr) \equiv T_{w2}\,p[(q \,\&\, r) \vee T_{w2}\,qr \vee T_{w2}\,rq].$$

Se puede demostrar que $T_{w2}2$ puede reemplazarse por el siguiente par de axiomas

$$(T_{w2}\,pq \,\&\, T_{w2}\,pr) \supset T_{w2}\,p[(q \,\&\, r) \vee T_{w2}\,qr \vee T_{w2}\,rq]$$
$$T_{w2}\,p(T_{w2}\,qr) \supset T_{w2}\,pr.$$

Esta descomposición en dos axiomas tiene la ventaja de distinguir entre si dos propiedades implicadas ambas globalmente por $T_{w2}2$. Se observará en efecto que el segundo de estos axiomas implica lo que hemos llamado una cierta *transitividad* del tiempo[21]; en tanto que el primero asegura la *linealidad* de un modo que no tiene nada que ver con la manera como la *linealidad* quedaba garantizada en el sistema precedente de von Wright[22], sino más bien con el modo cómo esta propiedad se

[20] Cf. más arriba, p. 89.
[21] Cf. más arriba, pp. 50, 60, 76 y 79.
[22] Cf. p. 89.

introducía en las *lógicas del tiempo gramatical no mensurable* o en las *de la datación*[23].

Que este sistema garantiza igualmente la *infinitud* del tiempo futuro es evidente, ya que en él se encuentra el axioma que hemos numerado $T_{w1}3$ en el sistema anterior, y que habíamos visto[24] que implicaba la *infinitud* del tiempo. Volvamos a encontrar de este modo todas las propiedades que habíamos reconocido[25] en *las lógicas del tiempo gramatical no mensurable* que se apoyaban en los cinco axiomas Ax 1, Ax 2, Ax 3, Ax 4 y Ax 5. La correspondencia entre estos dos sistemas es aquí tanto más fácil de asegurar, cuanto que el funtor característico de cada uno se deja definir fácilmente a partir del funtor característico del otro. En efecto, según el sentido en el cual se quiere realizar la reducción, se puede elegir entre

$$T_{w2}\,pq \underset{\text{def}}{=} p \,\&\, Fq$$

y

$$Fp \underset{\text{def}}{=} T_{w2}(p \supset p)p.$$

Es fácil mostrar[26], sobre la base de estas definiciones, la equivalencia del sistema T_{w2} de von Wright con la parte que se refiere al futuro (es decir, la fundada sobre los cinco axiomas Ax 1-5) del sistema expuesto por Scott en 1965[27], que implica *transitividad, linealidad* e *infinitud.*

Si se quisiera añadir al sistema de von Wright una propiedad como la densidad[28], bastaría con añadir a los precedentes un nuevo axioma[29]:

$$T_{w2}\,5 \quad T_{w2}\,pr \supset T_{w2}\,p[T_{w2}\,(p \supset p)r]$$

que nos garantiza en efecto que entre dos instantes cualesquiera p y r siempre hay lugar para un instante intermedio, lugar indicado en la fórmula por la tautología "$p \supset p$".

La posibilidad de interdefinir los dos funtores "T_{w2}" y "F" garantiza que este sistema de von Wright, desde el punto de vista de sus posibi-

---

[23] Cf. pp. 51-53 y pp. 77-78.
[24] Cf. p. 90.
[25] Cf. pp. 50-55.
[26] Cf. **Prior**, *Past, present and future*, p. 183.
[27] Cf. más arriba, p. 55.
[28] Cf., p. 55.
[29] Cf. von **Wright**, Quelques remarques sur la logique du temps et les systèmes modales, p. 5.

lidades de expresión, posee tanta flexibilidad como las *lógicas del tiempo gramatical no mensurable* limitadas a la consideración del ruturo. Como el mismo von Wright[30] hace notar, se puede, sin elemento adicional, introducir en ellas el equivalente de los cuantificadores temporales.

En adelante siempre q

se transcribirá

$$p \,\&\, \sim [T_{w2}\,(p \supset p) \sim p]$$

y

Nunca más p

se transcribirá

$$\sim p \,\&\, \sim [T_{w2}\,(p \supset p)p]$$

en tanto que su contradictoria

En adelante a veces p

se transcribirá por lo mismo

$$p \vee T_{w2}(p \supset p)p.$$

Von Wright hace observar que aquí vuelve a encontrar las tres definiciones diodorianas de la *necesidad*, de *la imposibilidad*, y de *la posibilidad*[31].

4. "EN OTRO TIEMPO *p* Y DESPUES *q*" (G. E. M. ANSCOMBE)

Se habrá podido observar que la expresión española "y *después*", como la expresión inglesa "*and then*" de la cual es traducción, es en realidad extremadamente ambigua y que von Wright no logra por esto mismo formalizar su uso más que precisando y restringiendo el sentido de

p y después q

a

p ahora y después q

Pero las lenguas como el español y el inglés admiten muy bien que se diga

---

[30] Ibid., p. 3.

[31] Cf. más arriba, p. 23.

César exclamó "¡tú también, hijo mío!" y después murió

siendo así que "exclamó" es un tiempo del pasado. Nada nos impide fijarnos en otro sentido de "y después" distinto del que ha recogido von Wright e interpretar

p y después q

en el sentido de

p en otro tiempo y después q

Esto es lo que había hecho G. E. M. Anscombe[32] a partir de 1964.

El funtor recogido por Miss Anscombe, que designaremos por T_a para distinguirlo de los anteriores, presenta las mismas ventajas de convertibilidad que acabamos de reconocer al funtor "T_{w2}", pero las ejerce esta vez en dirección del pasado y no del futuro. Así, si se desea primeramente reducir la expresión "T_a" al vocabulario del tiempo gramatical, se usará la definición

$$T_a pq \underset{\text{def}}{=} P(Pp \,\&\, q)$$

Se ha dado el caso que (se ha dado el caso que p y se da el caso que q)

definición que podrá compararse útilmente con la definición anteriormente dada de "$T_{w2}pq$"[33]. Pero es tan posible como en el caso precedente recorrer el camino inverso, es decir, reducir esta vez la expresión del tiempo gramatical a la utilización del funtor "T_a", gracias a la definición

$$Pp \underset{\text{def}}{=} T_a p(p \supset p)$$

en la cual la tautología "$p \supset p$" juega un papel neutralizador con el que comenzamos a estar familiarizados. Se observará sin embargo que esta definición no puede valer más que en un sistema que suponga la *densidad* del tiempo. En efecto, en un sistema en el cual el tiempo estuviese dado como discreto, si "p" fuera verdadero en el instante inmediatamente pasado sin ser verdadero en el instante penúltimo, "Pp" sería verdadero; mientras que "$T_a p(p \supset p)$"sería falso, puesto que pretendería precisamente que "p" era verdadero en el instante penúltimo. La definición entonces no vale más que en un sistema donde se admita que, para un instante pasado cualquiera, existe, entre ese instante pasado y el instante presente, un tercer instante, al cual alguna tautología señalará su sitio, como anteriormente.

---

[32] Before and after, *The philosophical review*, vol. 73, n.º 1, Enero 1964, pp. 3 a 24.

[33] Cf. más arriba, p. 94.

La notación de Miss Anscombe presenta la ventaja práctica[34] de permitir, incluso en el interior de lógicas del tiempo que admitan su *densidad*, la formulación comparativamente más breve de expresiones como

Se ha dado el caso al menos en dos (o tres o cuatro, etc.) ocasiones distintas que p

que podrán ser escritas

$$T_a(T_a p \sim p)p$$
$$T_a\{T_a[T_a(T_a p \sim p)p] \sim p\}p$$
Etc.

expresiones cuyas equivalentes más breves en el lenguaje del tiempo gramatical,

$$P[P(Pp \,\&\, \sim p)] \,\&\, p$$
$$P\{P\{P[P(Pp \,\&\, \sim p) \,\&\, p] \,\&\, \sim p\} \,\&\, p\}$$
Etc.

serían sensiblemente más embarazosas[35].

5. REDUCTIBILIDAD DE OTROS FUNTORES TEMPORALES A "*q* DESDE QUE *p*" Y "*p* HASTA QUE *q*". (H. KAMP)

Conviene ahora examinar de una manera un poco más sistemática una cuestión que habíamos propuesto al comienzo de este capítulo y de la que no hemos llegado a dar hasta ahora más que respuestas parciales; en efecto hemos constatado al hilo de la explicación que existían entre los numerosos sistemas variadas posibilidades de traducción; estas posibilidades, según el sentido en el que se tomaban, nos permitían ya poder concluir que un lenguaje determinado era más fundamental que otro. ¿Podemos esperar conclusiones más ambiciosas, que muestren

---

[34] Cf. **Prior**, *Pasta, present and future*, pp. 70-71.

[35] El lector puede darse cuenta, aplicando mecánicamente a la trasposición de estas expresiones la definición que acabamos de dar de "T_apq", que los equivalentes que nosotros proponemos aquí han sido simplificados en virtud de la equivalencia:

$$PPp \equiv Pp$$

equivalencia que no es válida más que si se ha postulado antes

Ax $3^{\star}$ $PPp \supset Pp$ (cf. más arriba, p. 51)

y: Ax $6^{\star}$ $Pp \supset PPp$ (cf. p. 55)

es decir, más que en la medida en que se hayan admitido previamente la *transitividad* y la *densidad* del tiempo.

que, entre los lenguajes de los diferentes sistemas posibles, existe uno o varios que tengan sobre los otros el privilegio de que estos otros puedan reducirse por vía de definición a él o ellos?

Hemos tenido la ocasión de ver, en el curso del presente capítulo que aparte del caso muy particular de "T_S" e "Y", la mayoría de los funtores que correspondían aproximadamente a las preposiciones y adverbios temporales de nuestros lenguajes naturales se podían expresar en el vocabulario del *tiempo gramatical*. Así el capítulo IV nos había dado ocasión previa de mostrar que el mismo vocabulario del *tiempo gramatical* no expresaba ninguna propiedad del tiempo que no se pudiera traducir perfectamente sobre la base de una *lógica de la datación*, completada con un funtor ("U"), diádico o triádico según los casos, que permitiera añadir a la consideración *de la fecha* la de *la anterioridad*. Así se podría establecer bastante fácilmente que dos de las maneras de expresar el tiempo que hemos encontrado son más fundamentales que el resto, en el sentido de que el lenguaje de las otras se deja transcribir al suyo más fácilmente que al contrario, ya que estos dos lenguajes no encuentran equivalente en los demás: a saber, por una parte, como acabamos de ver, el lenguaje de la *datación* completado con el funtor "U", y por otra parte, también el lenguaje del *tiempo gramatical mensurable*, cuyas posibilidades de equivalencia con las expresiones del *tiempo gramatical no mensurable* hemos tenido ocasión de señalar sobre la marcha[36].

Sin embargo, las *lógicas de la datación* y las del *tiempo gramatical mensurable* en realidad deben esta vasta capacidad de reducción de los otros lenguajes temporales al hecho de que su vocabulario, como se habrá podido observar, hace un amplio uso de medios lógico-matemáticos que estrictamente no tienen nada de temporales, en el primer caso el uso de cuantificadores, en el segundo de operadores aritméticos cuyas propiedades ponen en juego. Pero hay algo más grave según han hecho observar autores como P. T. Geach y el mismo Prior[37]: la datación supone el artificio que implica la introducción implícita en el vocabulario de la lógica del acontecimiento-origen, de la misma manera que la utilización de intervalos medidos presupone, según la formulación de Prior, "la sincronización de los acontecimientos con las fases de cualquier proceso cíclico", la rotación de la tierra alrededor de su eje, por ejemplo, que determina la unidad "día", el movimiento de la tierra alrededor del Sol que determina la unidad "año", etc. Así se puede dirigir a cada una de las dos familias de sistemas la misma doble crítica:

1) poner en juego medios lógicos extratemporales

---

[36] Cf. más arriba, pp. 58-65.

[37] **Geach**, comentario del libro de **Prior** *Time and modality*, en *Cambridge Review*, vol. 78, 1957, pp. 543-545; **Prior**, *Past, present and future*, p. 106.

2) esconder bajo la falsa simplicidad de su presentación elementos teóricos implícitos.

Así, tenemos interés en modificar ligeramente el planteamiento de nuestra pregunta: entre los funtores *propia* y *estrictamente* temporales, es decir, entre aquellos que no hacen uso de las facilidades que acabamos de criticar, ¿existe uno, o varios, que sean más fundamentales que el resto? Hans Kamp logró en 1968[38] responder en cierta medida a esta pregunta. Habíamos visto que, si descartamos el vocabulario de la *datación* así como el de la *medida* del *tiempo gramatical*, los otros vocabularios temporales que habíamos encontrado podían reducirse al uso de los funtores "F" y "P", con la excepción, no lo olvidemos, de los dos funtores utilizados por Scott, "T_S" e "Y". Kamp llegó a encontrar dos funtores temporales más fundamentales todavía que "F" y "P", en el sentido que se llega por su medio a dar una definición de esos *tiempos gramaticales* sin que sea posible la reducción inversa

Por lo demás, estos funtores temporales tienen su equivalente aproximado en nuestras lenguas indoeuropeas; así, los anotaremos y leeremos respectivamente como

$$\Phi pq$$

q desde que p

y

$$\Psi pq$$

p hasta que q

Reparemos solamente en que "desde" y "hasta" llevan consigo una larga serie de ambigüedades; una lógica de estos términos que no eliminara estas ambigüedades no iría muy lejos. El sentido en que puede tomarse "*q* desde *p*" en el sistema de Kam podría precisarse así:

Sea un instante pasado t en el cual se daba el caso que p; para todo instante t' también pasado pero sin embargo posterior a t se ha dado el caso q

Si usamos las facilidades de las *lógicas de la datación*, no para reducir a ellas el nuevo funtor (lo que no es muy fácil por las razones que aca-

---

[38] *On tense logic and the theory of order*, Ph. D. thesis, University of California at Los Angeles, 1968, citado por **Prior**, *Past, present and future*, pp. 107-111, y por **Rescher** y **Urquhart**, *Temporal logic*, pp. 123-124.

bamos de ver), sino para ayudarnos a precisar el sentido de este nuevo funtor, podríamos admitir la equivalencia

$$\Phi pq \equiv \exists t\{Utn \,\&\, T_t(p) \,\&\, \forall t'\ [(Utt' \,\&\, Ut'n) \supset T_{t'}(q)]\}.$$

Igualmente, el sentido que toma "*p hasta que q*" en el sistema de Kamp puede ser precisado de la forma siguiente:

Sea un instante futuro t en el cual se dará el caso que q; para todo instante t' también futuro pero sin embargo anterior a t se dará el caso que p.

lo que justifica la equivalencia:

$$\Psi pq \equiv \exists t\{Unt \,\&\, T_t(q) \,\&\, \forall t'\ [(Ut't \,\&\, Unt') \supset T_{t'}(p)]\}.$$

Mientras que es imposible definir estos dos funtores diádicos "desde" y "hasta" en función de los tiempos gramaticales "F*p*" y "P*p*", se puede en cambio definir "F*p*" y "P*p*" a partir de estos nuevos funtores del modo siguiente

$$Pp \underset{\text{def}}{=} \Phi p(p \supset p)$$

$$Fp \underset{\text{def}}{=} \Psi(p \supset p)p.$$

En efecto:

Desde que p, si p, entonces p

significa, conforme a la acepción que hemos precisado, que

1) en un instante pasado *se ha dado el caso que p*

2) en todo instante también pasado pero sin embargo posterior al primero, *se ha dado el caso que si p entonces q.*

La segunda de las dos proposiciones no nos enseña nada original; el contenido real de información global se reduce a la primera proposición, que se limita a decirnos que se ha dado el caso *en el pasado que p.* El lector utilizará por sí mismo este razonamiento para aplicarlo al caso de

si p, entonces p, hasta que p.

Los dos funtores señalados por Kamp permiten definir incluso funtores que corresponden a los adverbios "ayer" y "mañana", que hasta aquí habíamos considerado marginalmente, precisamente porque no se podían reducir a los tiempos gramaticales ordinarios. En efecto, Kamp ha mostrado que en un tiempo *discreto,*

p en el instante inmediatamente pasado

podía expresarse a partir de "desde" gracias a la definición siguiente

$$Yp \underset{\text{def}}{=} \Phi pp.$$

En efecto, *si se ha dado el caso que p en el instante inmediatamente pasado*, entonces *existe un instante pasado t, tal que en él se haya dado que p y además, tal que si existen instantes intermedios entre t y el instante presente, se haya dado también en ellos que p*, puesto que tales instantes intermedios no existen[39], por hipótesis; y recíprocamente, *si se ha dado que p en un instante pasado t, así como en todos los instantes eventualmente intermedios entre t y el instante presente*, entonces, es seguro que *se ha dado p en el instante inmediatamente pasado.*

De la misma manera se demostraría que

p en el instante inmediatamente próximo

puede expresarse a partir de "hasta" gracias a la definición

$$T_s p \underset{\text{def}}{=} \Psi pp.$$

Estos hallazgos hacen de alguna manera de Hans Kamp el *Sheffer de la lógica del tiempo*. Se recordará en efecto que, entre todos los conectores del *cálculo de proposiciones*, hay dos, a saber, *la incompatibilidad* (*no a la vez p y q*) y la *negación conjunta* (*ni p ni q*) tienen sobre los demás un privilegio similar, descubierto en 1913 por H. M. Sheffer, que permite construir sobre cada uno de ellos por vía de definición todos los demás. La pareja *desde –hasta* detentan así en *lógica del tiempo* un privilegio semejante a éste, reconocido desde hace largo tiempo, de los funtores llamados *shefferianos* en el *cálculo de proposiciones*. Pero, a diferencia del *cálculo de proposiciones*, no está demostrado para los funtores temporales que sea imposible imaginar otros más fundamentales todavía que *desde* y *hasta*.

---

[39] Recuérdese el adagio: *Ex falso sequitur quodlibet* (de lo falso se sigue cualquier cosa); la implicación:

Si hay instantes intermedios entre t y el instante presente, se da en ellos también que p

no puede más que ser verdadera desde el momento en que se sabe que su antecedente es falso, es decir, desde que se sabe que no existen tales instantes intermedios.

6 Las lógicas de la acción, del movimiento y de la historia

La consideración del tiempo afecta a tantos terrenos de la racionalidad que las fronteras que delimitan lo que merece llamarse *lógica del tiempo* no parecen tener una claridad indiscutible. Quien se entrega, pues, a presentar una exposición de conjunto, incluso sumariamente, de las diferentes formas de *lógicas del tiempo* se encuentra ante un doble riesgo, por una parte, ser demasiado manifiestamente incompleto, por otro, ampliar su estudio con temas que estrictamente no entran en él.

Hemos agrupado en este último capítulo algunas indicaciones rápidas sobre cuatro familias de sistemas, cada una de las cuales presenta al menos una de las dos características siguientes:

1) Estos sistemas, como ya indica el título del capítulo, no son *lógicas del tiempo* más que de un modo indirecto; se limitan, en efecto, a formalizar directamente *el movimiento, el cambio, la acción* y *la historia,* nociones todas ellas que remiten a su vez a la consideración del tiempo.

2) Algunos de estos sistemas, en particular los dos últimos que trataremos, se proponen, no ya formalizar el tiempo mismo, el movimiento mismo, la historia misma, sino *la representación* que un determinado filósofo ha podido dar del tiempo, del movimiento o de la historia. Desde este punto de vista constituyen una interesante contribución de la lógica a la historia de la filosofía.

1. LA LOGICA DE LA ACCION (G. H. VON WRIGHT)

Habíamos visto en el capítulo precedente[1] que G. H. von Wright había propuesto en 1965 una clase de lógica del tiempo discreto que se

[1] Pp. 88-92.

basaba en la utilización del funtor diádico que habíamos anotado como

$$T_{w1}\, pq$$

y que podía leerse

p ahora y q en el instante inmediatamente siguiente

Una lógica tal podría ser considerada como una *lógica del cambio* con la sola condición de ampliar el concepto de cambio hasta incluir en él no sólo el paso de un estado a otro estado, sino también la persistencia de un estado, lo que habitualmente se expresa diciendo que *no cambia*, como en la expresión

p ahora y p en el instante inmediatamente siguiente.

Del concepto de *cambio* al de *acción* no hay más que un paso, que G. H. von Wright no iba a tardar en dar. Porque, a fin de cuentas, ¿qué es actuar?. "Actuar –nos dice von Wright[2] – es *provocar* o *impedir* un cambio en el mundo". Esta definición de la acción implica paralelamente una definición de la *omisión* o *abstención:* "Abstenerse es o bien dejar sin cambio el estado preliminar o bien dejar que se instaure un estado nuevo".

Así, el concepto de *acción* presupone el de cambio, ya que la *acción* no puede presentarse sin la distinción previa de un estado anterior y otro estado posterior. Pero para expresar la *acción* o la *abstención* es necesario todavía algo más que el concepto de *cambio*: porque *acciones* y *abstenciones* son, entre los *cambios* y los *no-cambios*, aquellos que tienen la característica suplementaria de que, sin la intervención de un sujeto, habrían podido no producirse. Entonces, para expresar la *acción*, es necesario combinar el uso de un funtor diádico que marque la sucesión, como

$$T_{w1}\, pq$$

con el de otro funtor diádico que indique, al lado del hecho que ha sucedido realmente al primero, en la operación de cambio, el hecho que habría sucedido al primero *en vez del* que efectivamente ha tenido lugar, si no hubiera habido intervención del sujeto.

Von Wright expresa este nuevo funtor con la letra I, inicial del adverbio inglés *instead* (en lugar de):

– significando así "I*pq*" que el acontecimiento designado por *p* tiene lugar, en tanto que *q* se habría producido en su lugar sin la intervención del sujeto.

---

[2] An essay in deontic logic and the general theory of action, *Acta philosophica fennica*, fasc. XXI, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968.

– significando "I$p \sim p$", según el caso, que la acción del sujeto provoca el acontecimiento p o impide que se interrumpa p;
– significando "Ipp", según el caso, que el sujeto deja que se produzca el acontecimiento nuevo p, o que se mantenga el acontecimiento preexistente p.

La combinación de ese funtor con el del cambio da expresiones del tipo

$$T_{w1}\, p\, Iqr$$

que se podría leer

p ahora y q en el instante inmediatamente siguiente en lugar de r

por medio de las cuales será posible expresar las ocho variedades de acción y de abstención obtenidas combinatoriamente, distinguiendo según que el sujeto, por medio de su acción,

– produzca el acontecimiento $T_{w1} \sim p\, Ip \sim p$,
– lo interrumpa $T_{w1}\, p\, I \sim pp$,
– lo mantenga $T_{w1}\, p\, Ip \sim p$,
– lo impida $T_{w1} \sim p\, I \sim pp$,

o que, por su abstención,

– deje que se produzca el acontecimiento $T_{w1} \sim p\, Ipp$,
– deje que se le interrumpa $T_{w1}\, p\, I \sim p \sim p$,
– lo deje continuar $T_{w1}\, p\, Ipp$,
– se guarde de suscitarlo $T_{w1} \sim p\, I \sim p \sim p$.

El uso del funtor "T_{w1}" obedece a las reglas y a los axiomas que habíamos expuesto en el capítulo precedente. En cuanto al funtor I, las reglas que rigen su comportamiento lógico son exactamente iguales que las de "T_{w1}", mientras que los axiomas son, por su parte, isomorfos a los que se aplican a "T_{w1}", como se podrá comprobar comparando la lista siguiente con la de la página 89 :

I1 $I(p \vee q)(r \vee s) \equiv (Ipr \vee Ips \vee Iqr \vee Iqs)$
I2 $(Ipq \,\&\, Ipr) \supset Ip(q \,\&\, r)$
I3 $p \equiv Ip(q \vee \sim q)$
I4 $\sim Ip(q \,\&\, \sim q)$.

El conjunto de estas reglas y de estos axiomas unido a las reglas y axiomas del *cálculo de proposiciones* permite así fundar una lógica elemental de la acción, para la que von Wright y sus discípulos han logrado definir lo que se podría entender por *tautología*, lo que les ha permitido demostrar que el nuevo cálculo era, en un cierto sentido, *completo.*

Las expresiones de esta lógica elemental de la acción pueden a su vez, al combinarse con los funtores modales o deónticos, dar lugar a una lógica de la acción mucho más compleja, y por esto mismo mucho más capaz de captar los matices de nuestra experiencia moral, como muestran los ricos análisis expuestos por von Wright en *An essay in deontic logic and the general theory of action.* En efecto, allí donde la lógica modal tradicional puede decir simplemente que *es posible que el acontecimiento designado por p se produzca*

$$\Diamond p$$

los medios de formalización imaginados por von Wright permiten desde ahora expresar con mucha más precisión que *es posible que el sujeto cometa la acción p*

$$\Diamond T_{w1} \sim p \, I p \sim p.$$

Del mismo modo, en moral o en derecho, la simple aplicación de funtores deónticos, como *es obligatorio, está permitido*, a las expresiones proposicionales, no permitía dar expresiones lógicas *distintas* a las cuatro situaciones que sin embargo existencialmente son muy diferentes

- *está permitido cometer la acción de contenido p,*
- *está permitido mantener p por su intervención,*
- *está permitido dejar que se produzca p,*
- *está permitido dejar que p se mantenga.*

La lógica de la acción imaginada por von Wright tiene el mérito indiscutible de llenar esta laguna, aunque no sea el único medio imaginable para ello.

2. LA LOGICA DE LA SUCESION DE LOS ESTADOS DEL MUNDO (MEREDITH, PRIOR, RESCHER Y URQUHART)

La lógica de la sucesión de los estados del mundo partió de la idea, que al parecer tuvo el primero C.A. Meredith[3], de enriquecer la lógica modal con ciertas proposiciones que recuerdan aquellas de las que se sirve Wittgenstein para caracterizar el mundo al comienzo de su *Tractatus logico-philosophicus*. Meredith proponía añadir a un sistema modal relativamente fuerte como S5[4] tres axiomas que hacen entrar en juego una

---

[3] C. A. Meredith y A. N. Prior, Modal logic with functorial variables and a contingent constant, *Notre Dame Journal of formal logic*, vol. 6, Abril 1965, pp. 99-109.

[4] Cf. la información que dimos sobre lógica modal en general y especialmente sobre S5 al comienzo del capítulo II, pp. 33-36.

constante proposicional que designa *el mundo* representado, como lo hace el *Tractatus*, como el conjunto de "lo que acaece". Estos tres axiomas pueden escribirse:

1) w

que podría leerse

El mundo acaece

2) $p \supset \Box (w \supset p)$

es decir

Si p, entonces es necesario que el estado del mundo implique p

lo que nos vuelve a llevar a la cita de Wittgenstein

"El mundo es todo lo que acaece"[5]

Este axioma puede escribirse bajo la forma equivalente

$$\Diamond (w \,\&\, p) \supset p.$$

3) $\sim \Box w$

El mundo no es necesario[6]

Por lo demás, la introducción de esos tres axiomas obliga a modificar un poco la axiomática de S5, a la que esos nuevos axiomas, como hemos dicho, vienen en principio a añadirse. En particular, recordemos que un sistema como S5 contiene la regla, presentada ya en S4,[7]

si $\vdash A$, entonces $\vdash \Box A$

Si no limitáramos esta regla de ahora en adelante, nos permitiría deducir, de nuestro primer axioma suplementario, que

$$\Box w$$

lo que precisamente es la negación de nuestro tercer axioma suplementario. Para evitar pues que nuestro sistema se vuelva contradictorio, bas-

[5] "Die Welt ist alles, was der Fall ist", **Wittgenstein**, *Tractatus logico-philosophicus*, I, Edition Suhrkamp, p. 11.

[6] Nos apartamos en ciertos puntos de la notación empleada por Meredith y Prior, e incluso de la literalidad de alguno de sus axiomas (axioma 3), para adoptar las simplificaciones propuestas por Rescher y Urquhart, que seguiremos en lo esencial en nuestra exposición. Sobre la lógica de la sucesión de los estados del mundo, las dos principales presentaciones de conjunto son, una, la de **Prior**, *Past, present and future*, cap. V, pp. 77-94, otra, la de **Rescher** y **Urquhart**, *Temporal logic*, cap. XV, pp. 170-183.

[7] Cf. más arriba, p. 35.

tará con restringir la aplicación de la regla a las expresiones "A", en las que no figure la constante proposicional "*w*".

Rescher y Urquhart hacen observar que todavía es posible abreviar la axiomática del sistema, sin debilitarlo, reemplazando el primer y el tercer axioma suplementario por el axioma único

$$\Diamond w \,\&\, \Diamond \sim w$$

es decir,

el mundo es a la vez posible y contingente (= no necesario)

Efectivamente, el segundo axioma suplementario es tan fuerte que no respeta el adagio escolástico que prohibe concluir el ser de la posibilidad. Basta en efecto con sustituir en la expresión

$$\Diamond (w \,\&\, p) \supset p$$

equivalente al segundo axioma, p por w, para obtener

$$\Diamond (w \,\&\, w) \supset w$$

expresión equivalente a

$$\Diamond w \supset w.$$

De esta forma el primer axioma suplementario no tiene necesidad de postular que *el mundo acaece*; basta postular que el mundo *es posible* para que se pueda deducir que *efectivamente sucede*. Así el axioma

$$\Diamond w \,\&\, \Diamond \sim w$$

permitirá establecer a la vez que el mundo es real, como afirmaba el primer axioma, y que es contingente, como afirmaba el tercero, puesto que

$$\Diamond \sim w \equiv \sim \Box w.$$

Hasta ahora no hemos abandonado todavía el terreno de *la lógica modal;* no nos hemos planteado la intervención del tiempo. Observemos simplemente de pasada, siguiendo una vez más a Rescher y Urquhart, que partiendo de una concepción un tanto wittgensteiniana del mundo hemos llegado a una representación bastante leibniziana. Para hacer intervenir el tiempo y originar una lógica de la *sucesión* de los estados del mundo, se abren ante nosotros dos caminos. En

lugar de introducir, como Meredith, una constante que designe la totalidad (¿intemporal o simplemente presente?) de los acontecimientos del mundo, podemos introducir símbolos con índice variable, y esto de dos maneras distintas:

1) si consideramos los estados instantáneos del mundo —"w_t" designará entonces la conjunción de la serie probablemente infinita de todos los acontecimientos que se producen en el mundo en el instante t;

2) si consideramos los estados históricos del mundo —"W_t" designará entonces el estado de la historia universal en el instante t, que incluye por el mismo hecho todos los acontecimientos que se *han producido antes o se producen* en el instante t.

Aquí nos contentaremos con remitir al lector a la obra de Rescher y Urquhart[8] en lo que concierne a la exploración de la segunda vía, limitándonos a dar a título de ejemplo algunas breves indicaciones sobre la exploración de la primera posibilidad. Si escogemos pues construir una lógica de los estados instantáneos del mundo, podremos primero traducir sin inconveniente los tres, o mejor, los dos axiomas encontrados anteriormente. Obtendremos por ejemplo los dos axiomas

$$\Diamond w_t \,\&\, \Diamond \sim w_t$$
$$\Diamond (w_t \,\&\, p) \supset \mathrm{T}_t(p)$$

tomando "$\mathrm{T}_t(p)$" en el segundo de estos axiomas en el sentido ya conocido de "Sucede en el instante t que p". Será necesario tener cuidado de no admitir, en un sistema como este, el que cualquier proposición pueda ser sustituida por la variable "p", pues hay que restringir aquí la aplicación de la *regla de sustitución* a las únicas proposiciones que no están ya afectadas por una indicación temporal. Porque si la proposición sustituida en "p" puede referirse a un acontecimiento, ya señalado como futuro o pasado, como sería en el contexto del mundo actual la proposición

El pueblo tomó la Bastilla el 14 de Julio de 1789

"$\mathrm{T}_t\ (p)$" podría aplicarse, cualquiera que sea el instante t, a todo acontecimiento de la historia del mundo; sin duda que puedo decir sin abuso que *sucede en un instante cualquiera* (sea este uno o dos siglos después) *que el pueblo ha tomado la Bastilla el 14 de Julio de 1789*, pero si abrimos la puerta a una posibilidad semejante, lo que obtendremos no será una lógica de los estados instantáneos del mundo, sino que será ya una lógica de sus estados históricos que incluye cada vez su pasado y, (¿por qué no?), su futuro.

---

[8] *Temporal logic.*

A los axiomas precedentes, Rescher y Urquhart sugieren añadir otros, en particular un axioma que sitúe la identidad de los instantes indiscernibles: [9]

Sean t y t'dos instantes cualesquiera, si la conjunción de todas las proposiciones características de los acontecimientos del instante t es equivalente a la conjunción de todas las proposiciones características del instante t', entonces t es idéntico a t'.

proposición que, además, viene aún a decir

Si t es diferente de t', entonces al menos existe un acontecimiento tal que ha tenido lugar en t y no ha tenido lugar en t'.

Proponen escribir este axioma

$$\forall t \ \forall t' \ [(w_t \equiv w_{t'}) \supset (t = t')].$$

Los mismos autores expresan también la posibilidad de enunciar, paralelamente:

Existen al menos dos instantes distintos

$$\exists t \ \exists t'(t \neq t').$$

Rescher y Urquhart hacen también la sugerencia, extremadamente interesante, de admitir lo que llaman el postulado del *acontecimiento-reloj*. Recordemos en efecto que el principio que preside la construcción de nuestros modernos relojes consiste en la organización de movimientos tales que (por ejemplo, gracias al juego combinado de dos o tres agujas) cada posición no se tome más que una sola vez dentro de una duración determinada. Así se puede en general suponer que la singularidad de cada instante está ligada a un principio mucho más fuerte que el simple *principio de la identidad de los instantes indiscernibles,* tal como lo acabamos de ver: porque lo que distingue un instante t de un instante t' no es quizás solamente que haya al menos un acontecimiento p que se produzca en t sin que tenga lugar en t' sino que además t se distinguiría de t'' por la presencia de otro acontecimiento q, de t'' por r, etcétera; se puede ir más lejos, hasta pensar que existe en cada instante t un acontecimiento (llamado *acontecimiento-reloj*) que no se vuelve a encontrar en ningún otro instante.

$$\forall t \ \exists p \ \forall t'[\mathrm{T}_{t'}(p) \equiv (t = t')]$$

---

[9] De hecho, *el axioma de la identidad de los instantes indiscernibles* y *el axioma de los dos instantes distintos* no están presentes en los autores exactamente como axiomas *suplementarios* que se podrían añadir a los precedentes; son más bien axiomas más fuertes por los que se muestra que los precedentes pueden deducirse a condición de añadirles la definición megárica de lo posible.

Cualquiera que sea el instante t, existe un acontecimiento p (característico de ese instante) tal que, para todo instante t', no se vuelve a encontrar p en t', más que si t y t' no se distinguen.

Sin embargo, antes de admitir todas estas tentadoras sugerencias, será necesario precaverse de que ninguna de ellas nos reserve sorpresas desagradables. De la posibilidad de tales sorpresas no daremos aquí más que un ejemplo. Si el postulado del *acontecimiento-reloj* se presta con bastante facilidad a discusión, parece que esto se habría de dar en mucho menor grado con la *identidad de los instantes indiscernibles*:

$$\forall t\, \forall t' [(w_t \equiv w_{t'}) \supset (t = t')].$$

Rescher y Urquhart señalan que esta propiedad es equivalente, ya en virtud del *cálculo de proposiciones*, a

$$\forall t\, \forall t' [(t \neq t') \supset (w_t \not\equiv w_{t'})]^{10}.$$

Supongamos entonces tres instantes, t_1, t_2 y t_3, distintos, es decir, tales que

$$t1 \neq t2$$
$$t2 \neq t3$$
$$t1 \neq t3.$$

La tesis precedente nos permite deducir de la afirmación de la distinción de esos tres instantes

$$(w_{t1} \not\equiv w_{t2}) \,\&\, (w_{t2} \not\equiv w_{t3}) \,\&\, (w_{t1} \not\equiv w_{t3})$$

proposiciones de las que una tabla de verdad del *cálculo de proposiciones* basta para mostrarnos que son contradictorias.

Conclusión: si admitimos la identidad de los instantes indiscernibles, *al menos tal como Rescher y Urquhart proponen formalizarla,* deberemos deducir que no existen tres instantes distintos. Si se postula además, como esos autores sugieren, que *existen al menos dos instantes distintos*, se podrá añadir esta conclusión suplementaria: que existen *al menos y a lo sumo*, es decir, *exactamente*, dos instantes; el mundo de una lógica tal será de alguna manera un motor de dos tiempos. Al expresar sus sugerencias, Rescher y Urquhart no parecen haberse dado cuenta de estas consecuencias. El lector sacará de aquí una lección de pruden-

[10] El símbolo "$\not\equiv$" designa aquí el *o* exclusivo (alternativo), escrito a menudo "*w*" por ciertos autores.

cia sin necesidad de tener que zanjar la cuestión de saber si conviene poner en cuestión incluso nuestra intuición de la mencionada *identidad de los instantes indiscernibles*, o más simplemente la manera cómo los autores de *Temporal logic* proponen formalizarla.

3. LA LOGICA TOMISTA DEL MOVIMIENTO (L. LAROUCHE)

En una serie de cinco artículos publicados entre 1968 y 1972 bajo el título común *Examination of the axiomatic foundations of a theory of change*[10], Laurent Larouche se proponía, no ya construir un nuevo sistema lógico del movimiento o del cambio, sino utilizar los medios modernos de formalización al servicio de la historia de la filosofía, en la idea de servirse de ellos para aclarar el pensamiento de Santo Tomás en lo referente a lo que este autor llama el *movimiento (motus)*, y que tal vez hoy convendría designar mejor por el término *cambio*, tal como se presenta en particular en el famoso pasaje del principio de la *Suma teológica* donde el *Doctor Angélico*, expone la primera prueba de la existencia de Dios, obtenida del movimiento[11]: "Es cierto, lo establecen los sentidos, que alguna cosa se mueve en el mundo. Pero todo lo que se mueve es movido por otra cosa. Pues todo lo que se mueve, se mueve conforme a lo que está en potencia, y en la dirección hacia la cuales movido; por el contrario, lo que mueve se adecua con lo que está en acto. Porque mover es hacer pasar algo de la potencia al acto; pero no se puede pasar de la potencia al acto más que por la intervención de alguna cosa que esté ella misma en acto... Ahora bien, la misma cosa no puede estar a la vez en acto y en potencia bajo el mismo aspecto, sino solamente bajo aspectos diferentes... Entonces, es imposible que bajo el mismo aspecto y de la misma manera una cosa sea, a la vez, motor y movido, es decir, que se mueva a sí misma. Es necesario, entonces, que todo lo que se mueva sea movido por otra cosa". Al hacer esto, L. Larouche reconoció que reemprendía con nuevas aporta-

[11] Publicados en *Notre Dame Journal of formal logic*, Notre Dame, Indiana:
- I in volume IX, number 4, October 1968, pp. 371-384.
- II in volume X, number 3, July 1969, pp. 277-284.
- III in volume X, number 4, October 1969, pp. 385-409.
- IV in volume XII, number 3, July 1971, pp. 378-380.
- V in volume XIII, number I, January 1972, pp. 53-68.

Tenemos que agradecer aquí a uno de nuestros antiguos estudiantes, Yves-Bernard Gasztowtt, el que con la defensa de su memoria de licenciatura en 1970 atrajera nuestra atención sobre los primeros artículos de L. Larouche.

[11] *Summa theologica*, pars prima, quaestio II, articulus III.

ciones, los análisis lógicos llevados a cabo por Jan Salamucha[12] en 1934, y continuados unos veinte años más tarde por Johannes Bendiek[13] y Francesca Rivetti-Barbò[14].

El sistema imaginado por Larouche para captar una lógica del movimiento como esta, admite dos tipos de variables: las primeras expresadas por x, y, z, α_1, y_1, etc., designan los *sujetos momentáneos*, es decir, un cierto individuo considerado en un cierto instante, mientras que las segundas, expresadas por α, β, γ, etc., designan esta vez las *propiedades* de estos sujetos. Larouche introduce después un cierto número de funtores diádicos o triádicos como términos primitivos e indifenidos, caracterizados por símbolos como: "$\approx$"[15], "$<$", "A", "F" y "M".

1) "$x \approx y$" significa que los sujetos momentáneos x e y son simultáneos;

2) "$x < y$" significa que x e y son, a lo largo del devenir, idénticos, pero que x es anterior a y, dicho de otro modo, que el sujeto momentáneo designado por x no es más que el estado anterior del sujeto designado por y;

3) "A$x\alpha$" significa que x está en acto en relación con la propiedad α, es decir, que posee efectivamente la propiedad α;

4) "F$x\alpha$" significa que x *es capaz de* la propiedad α, o bien porque la posee efectivamente, o bien porque esta capacidad permanece en el estado puramente potencial;

5) "M$xy\alpha$" significa que x mueve o cambia a y hasta darle la propiedad α y esto en el intervalo de tiempo determinado por x e y de los que no podemos olvidar, en efecto, que son sujetos momentáneos.

A partir de tales términos indefinidos, completados con los procedimientos del *cálculo de predicados de primer orden* incluyendo la identidad, Larouche construye, por medio de definiciones, funtores nuevos que integran a ciertos conceptos que, están implícita o explícitamente en los textos de Santo Tomás relativos al movimiento. Así:

---

[12] J. **Salamucha**, Dowód "ex motu" na istnienie Boga, analiza logiczna argumentacji sw. Tomasza z Akwinu, *Collectanea theologica*, XV, Lwów, 1934, traducido al inglés con el título de The proof "ex motu" for the existence of God: logical analysis of St. Thomas arguments, *New scholasticism*, XXXII, 1958, pp. 334-372.

[13] J. **Bendiek**, Zur logischen Struktur der Gottesbeweise, *Franziskanische Studien*, XXXVIII, 1956, pp. 1 a 25.

[14] F. **Rivetti-Barbó**, La struttura logica della prima via per provare l'esistenza di Dio, *Rivista di filosofia neo-scolastica*, 1960, pp. 241-320, y Ancorra sulla prima via per provare l'esistenza di Dio, en la misma revista, 1962, pp. 596-616.

[15] Substituimos el símbolo "$\sim$" utilizado por Larouche por "$\approx$", para evitar cualquier posibilidad de confusión con el símbolo del que nos servimos para la negación.

– "Gxy", que significa que los dos sujetos momentáneos x e y son ambos estados de un mismo sujeto, puede construirse a partir del segundo funtor indefinido y del símbolo identidad

$$Gxy \underset{\text{def}}{=} x < y \vee x = y \vee y < x.$$

– "$P x \alpha$", que significa que x está en potencia respecto a la propiedad α (de este *ser en potencia* que excluye el *ser en acto*, como lo dice explícitamente nuestra cita inicial de la *Summa teológica*), se construye a partir de los funtores indefinidos tercero y cuarto:

$$P x \alpha \underset{\text{def}}{=} F x \alpha \,\&\, \sim A x \alpha.$$

– "$V y_1 y_2 \alpha$", que significa que el sujeto idéntico que manifiestan los sujetos momentáneos y_1 e y_2, sufre un cambio al término del cual y_2 adquiere, en acto, la propiedad α, se construye a partir de los funtores indefinidos segundo y tercero:

$$V y_1 y_2 \alpha \underset{\text{def}}{=} y_1 < y_2 \,\&\, A y_2 \alpha \,\&\, \forall y \{[(y_1 < y \vee y_1 = y) \,\&\, y < y_2] \supset \sim A y \alpha\}.$$

El sistema elaborado por Larouche comporta veintiseis axiomas que no es cuestión de enumerar aquí. Indiquemos simplemente, a modo de ejemplo, que los siete primeros axiomas expresan respectivamente la reflexividad, la simetría y la transitividad del funtor "$\approx$", la irreflexibilidad, la asimetría, la transitividad y la densidad del funtor "$<$". Del resto, nos contentaremos con dar al lector un vago resumen del sistema y de su correspondencia con el pensamiento de Santo Tomás, recogiendo la cita inicial de este autor y cotejando las proposiciones que la constituyen con las tesis correspondientes del sistema.

El razonamiento por el cual Santo Tomás se esfuerza en demostrar que "todo lo que se mueve es movido por otro", puede analizarse en seis proposiciones diferentes que se articulan de la siguiente manera:

1.–*Cambiar, para un sujeto y, es pasar, con respecto a una cierta propiedad α de la potencia al acto*, lo cual significa que, en el punto de partida del cambio y está en potencia, mientras que a la llegada está en acto, con relación a la propiedad α. Efectivamente, la tesis:

$$V y_1 y_2 \alpha \supset (P y_1 \alpha \,\&\, A y_2 \alpha)$$

incluso aunque no sea mencionada por Larouche, se deduce facilmente de su sistema. Esta es, precisamente, la idea de Santo Tomás cuando es-

cribe que "todo lo que se mueve, se mueve conforme a lo que está en potencia y en la dirección hacia la cual es movido"; lo cual expresa más claramente aún en su *Metafísica*[16], diciendo que "todo lo que cambia pasa del ser en potencia al ser en acto".

2.—*Así pues, para un sujeto x mover a y, es decir, hacer cambiar a y, es hacerle pasar de la potencia al acto con respecto a una cierta propiedad* α, lo cual significa que entre el punto de partida y el de llegada y está en potencia, y que, a la llegada, está en acto con relación a α. Es lo que expresa la tesis siguiente que se puede deducir facilmente del sistema de Larouche:

$$[\mathrm{M}xy\alpha \,\&\, x \approx y_0 \,\&\, (y_0 < y_1 \vee y_0 = y_1) \,\&\, y_1 < y] \supset (\mathrm{P}y_1\,\alpha \,\&\, \mathrm{A}y\alpha).$$

El texto de Santo Tomás dice, efectivamente, que "mover es hacer pasar de la potencia al acto".

3.—*Pero para que x haga pasar a y de la potencia al acto con respecto a* α *es necesario que x esté él mismo en acto con respecto a* α. Tendremos que volver a la expresión de esta proposición en el sistema de Larouche, que Santo Tomás expresa por su parte, en nuestro texto, diciendo que "no se puede pasar de la potencia al acto mas que por la intervención de algo que está él mismo en acto" y que expresaba también en la *Metafísica*[17] de la siguiente manera: "El paso de la potencia al acto presupone el acto en el agente que causa este paso".

4.—*Luego, no es posible que el mismo sujeto esté a la vez en acto y en potencia respecto a la misma propiedad*. Como escribe aquí Santo Tomás "la misma cosa no puede estar a la vez en acto y en potencia respecto a lo mismo, sino solamente respecto a cosas diferentes"; o como escribe en otra parte[18], "el ser en acto y el ser en potencia no pueden ambos pertenecer al mismo tiempo a la misma cosa bajo la misma determinación". Es lo que las tesis S5.1 y S5.2 de Larouche expresan poniendo el acento la primera sobre "al mismo tiempo", la segunda sobre "respecto a la misma determinación":

$$\mathrm{S5.1} \quad (\mathrm{G}x_1\,x_2 \,\&\, \mathrm{A}x_1\,\alpha \,\&\, \mathrm{P}x_2\,\alpha) \supset \sim (x_1 \approx x_2)$$
$$\mathrm{S5.2} \quad (\mathrm{A}x\alpha \,\&\, \mathrm{P}x\beta) \supset \sim (\alpha = \beta).$$

5.—*Es, pues, imposible que un mismo sujeto se haga pasar a sí mismo de la potencia al acto respecto a una determinada propiedad* o, como es-

[16] XII, 2, citado por **Larouche.**
[17] IX, 8, citado por **Larouche.**
[18] *Comentarios al libro de las sentencias*, II, VIII, 3, I, citado por **Larouche.**

cribe Santo Tomás, "que respecto a lo mismo y de la misma manera, algo sea a la vez motor y movido, es decir, que se mueva a sí mismo". Esta proposición encuentra su equivalente en la tesis S7.6 del sistema de Larouche:

$$\text{S7.6} \quad Mxy\alpha \supset \sim Gxy.$$

6.—*Es necesario, pues, que para todo sujeto que se mueve exista otro sujeto que lo mueva*, o como escribe Santo Tomás, "que todo lo que se mueva sea movido por otro". Es lo que expresa la tesis S7.9

$$\text{S7.9} \quad Vy_1 y_2 \alpha \supset \exists x \exists y[x \approx y \,\&\, (y_1 < y \vee y_1 = y) \,\&\, y < y_2 \,\&\, Mxy_2 \alpha \,\&\, \sim Gxy_2].$$

Al final de este rápido vistazo al sistema de Larouche sentiremos únicamente que este autor no se haya tomado el trabajo de indicar al lector si la expresión

$$Mxy\alpha \supset Ax\alpha$$

podía o no ser establecida a partir de su sistema. Esta proposición, que, sin duda, nos parece que corresponde a la tercera etapa que hemos distinguido en el pensamiento de Santo Tomás, no figura, en efecto, entre las tesis enumeradas. ¿Hay que concluir, pues:

- que existe algún medio de deducir esta tesis, que Larouche ha omitido exponer, y que no sería más que una negligencia de presentación;
- o, al contrario, que esta tesis no puede deducirse, lo cual comprometería seriamente la pretensión del sistema de captar íntegramente la concepción tomista del movimiento?

4. LA LOGICA DIRECCIONAL SEGUN HEGEL. (L. S. ROGOWSKI)

Las opiniones que Hegel mantuvo a cuenta del formalismo no dejaban preveer ciertamente que los lógicos se permitirían un día formalizar su propio sistema de pensamiento. Pues, en efecto, ¿no es la pretensión de toda formalización substituir el razonamiento sobre las cosas por las meras operaciones sobre signos, estando esas operaciones determinadas por reglas que, dice Hegel, "suponen que no se posee el concepto de operación"?[19]. Formalizar en consecuencia significa considerar lo ra-

[19] G. W. F. **Hegel**, *Science de la Logique*, trad. S. **Jankelevitch**, Bibliothèque philosophique, París, Aubier, 1947, t. II, p. 374.

cional "como cosa muerta y vacía de concepto"[20]. Como escribe el P. Dubarle[21], "la lógica dialéctica de Hegel pone en pie es la lógica viva de ese ser intelectual viviente que es el Concepto. La lógica matemática no puede ser más que la muerta figuración de cuanto de más inerte y más muerto hay en los productos del pensamiento". A los ojos de Hegel, como este mismo autor muestra[22], las notaciones que usa el pensamiento lógico-matemático, frente a la entidad dialéctica, se encuentran afectadas por una doble incapacidad:

1) "Constituídas como algo absolutamente fijo y determinado... se convierten por ello mismo en absolutamente extrañas al movimiento y *a fortiori* a la vida, que siempre presupone el movimiento."

2) Se ven afectadas por una condición de exterioridad radicalmente contraria a la interioridad que se precisa para dar cuenta de las relaciones entre los "diversos constituyentes de una totalidad verdaderamente orgánica".

Sin embargo, los ataques que el mismo Hegel dirigió contra el principio del formalismo y esa altanera conmiseración con que trata lo que hoy nos parece uno de los aspectos más originales de las investigaciones de Leibniz, no han bastado para descorazonar a los lógicos contemporáneos de intentar una formalización del mismo discurso hegeliano. No sabríamos cómo revisar aquí todas las tentativas de este género emprendidas en el último decenio. La formalización del pensamiento hegeliano no afecta a nuestro tema más que en la medida en que afecta a la consideración del tiempo. Dejaremos aquí pues de lado trabajos como los de G. Günther[23], M. Korok[24], Y. Gauthier[25], y del P. Dubarle, trabajos que, según la expresión de uno de estos autores, al estar encaminados sobre todo a captar "la forma organizativa del sistema hegeliano en su totalidad"[26], no tratan sino indirectamente el problema del tiempo, para detenernos exclusivamente en el ensayo de L. S. Rogowski[27], cuyo

---

[20] *Ibid.*, p. 375.

[21] D. **Dubarle** y A. **Doz**, *Logique et dialectique*, París, Larousse, 1972, coll. "Sciences humaines et sociales", p. 15.

[22] *Ibid.*, p. 16.

[23] Formalisierung der transzendental-dialektischen Logik, *Hegel-Studien*, I, Bonn, Bouvier u. Co., 1964.

[24] The formalisation of Hegel's dialectical logic, *International philosophical quarterly*, 6, n.º 4, 1966.

[25] Logique hègélienne et formalisation, *Dialogue*, VI, Montreal, 1967.

[26] D. **Dubarle** y A. **Doz**, *Logique et dialectique*, p. 130.

[27] Leonard Slawomir **Rogowski**, *Lokiga kierunkowa a heglowska teza o sprzeczności zmiany (La lógica direccional y la tesis de Hegel sobre la contradicción del cambio)*, Towarzystwo naukowe w toroniu, Toruń, 1964. La obra de Rogowski redactada en polaco nos habría sido inaccesible sin el socorro de Georges Kalinowski, al que tenemos que darle las gracias aquí por el trabajo de explicación y de traducción sin el cual no habríamos podido evidentemente redactar las páginas siguientes.

título muestra ya el lugar que en él ocupa la consideración, si no del tiempo, sí al menos del cambio.

La formalización emprendida por Rogowski parte de la constatación de que nuestros sistemas clásicos de lógica, con su bivalencia entre lo *verdadero* y lo *falso*, se acomodan perfectamente a esa separación absoluta entre el ser y la nada de la que Hegel deploraba el que, una vez admitida como indiscutible, volvía inconcebible cualquier forma de devenir, comienzo o terminación. Si se rechaza en consecuencia, con Hegel, esta infantil creencia según la cual no hay estado intermedio entre el ser y la nada, y se define al contrario el devenir como "inseparabilidad del ser y la nada"[28], se hará preciso añadir a los dos valores de *verdadero* y *falso* otros dos valores, que corresponden esta vez a la doble determinación del devenir tal como la describe Hegel:

1) Por una parte la determinación según la cual "el devenir comienza por la nada que se refiere al ser o, más exactamente, que pasa al ser", lo que Hegel llama *aparición (Entstehen).*

2) Por otra parte, la determinación según la cual, el devenir comienza "por el ser que se refiere a la nada o, más exactamente, que pasa a la nada"[29], lo que Hegel llama *desaparición (Vergehen).*

En esta perspectiva, uno se ve pues llevado a añadir al funtor de la *negación* un funtor de la *aparición* y un funtor de la *desaparición*, a fin de poder, refiriéndose a un contenido proposicional cualquiera "*p*", proceder no sólo por afirmación

$$p$$

y negación

$$Np \text{ (lo que hay que leer: no } p)$$

sino también expresar que *comienza a darse el caso que p,* lo que Rogowski anota

$$\vec{N}p$$

o también que *cesa de darse el caso que p,* lo que Rogowski anota

$$\overleftarrow{N}p.$$

Y, lo mismo que, en nuestros sistemas clásicos, a los dos estados de cosas diferenciados por la ausencia o presencia de la negación corresponden los dos *valores* de verdadero y falso, a los cuatro estados de cosas distinguidos por Hegel corresponderán los cuatro valores de verdad: *infra-verdadero (i), verdadero (v), ultra-verdadero (u) y falso (f).*

---

[28] G. W. F. **Hegel**, *Science de la Logique*, trad. S. **Jankelevitch**, t. I, p. 99.
[29] *Ibid*, p. 100.

Pero un arreglo así traicionaría todavía el pensamiento del maestro, realizando todos sus temores respecto a cualquier formalización, si los dos nuevos funtores se introdujeran como dos indefinibles, puesto que Hegel había tenido buen cuidado a subrayar la íntima identidad de la aparición y de la desaparición: "En ambos casos, escribía, se trata de la misma cosa, es decir, del devenir, y sus dos direcciones, aunque distintas, se penetran y paralizan recíprocamente. Hay, por una parte, desaparición: el ser se transforma en nada, pero la nada es, al mismo tiempo, su propio contrario, el paso al ser: aparición. La aparición representa la otra dirección: la nada se transforma en ser, pero el ser se suprime a sí mismo y constituye más bien el paso hacia la nada: la desaparición. Actuando exteriormente al uno sobre el otro, no se suprimen recíprocamente; pero cada uno se suprime a sí mismo y contiene en sí mismo su contrario"[30]. Rogowski salva esta dificultad construyendo por vía de definición los dos funtores de la *negación* y la *desaparición* a partir del único funtor de la *aparición* o *iniciación* mantenida como término primitivo. Así, "no-*p*" se define

$$Np \underset{\text{def}}{=} \vec{N}\vec{N}p$$

es decir, que la *negación*, que Rogowski llama *negación débil*, puede ser identificada en el pensamiento hegeliano con la *aparición* de la *aparición*. En cuanto a la definición de la *desaparición*,

$$\overleftarrow{N}p \underset{\text{def}}{=} \vec{N}\vec{N}\vec{N}\vec{N}p$$

asimila ésta a la *aparición* de la *negación*, es decir, en último término, a la *aparición* de la *aparición* de la *aparición*.

La substitución por una cuadrivalencia de la bivalencia tradicional impide a Rogowski tomar tal cual los conectores interproposicionales del clásico *cálculo de proposiciones*. Sin entrar en detalles del sistema, nos contentaremos con indicar que éste se edifica sobre la base de dos funtores, a saber, además del funtor monádico de la *aparición*, el funtor diádico de la *implicación*, ambos determinados en su empleo por la tabla de verdad siguiente:

Cpq	v	i	u	f	$\vec{N}p$
v	v	i	u	f	u
i	v	i	u	u	v
u	v	i	i	i	f
f	v	v	v	v	i

[30] *Ibid.*, p. 100.

sobre la cual se llevan los correspondientes valores de *Comienza a darse el caso que p* ($\vec{N}p$) y de *Si p entonces q* (en notación polaca: *Cpq*) en función de los valores de *p* (que figuran en la primera columna) y de *q* (en la primera línea).

A partir de estos dos funtores primitivos indefinidos, Rogowski define aún muchos otros funtores, a saber, no sólo conectores interproposicionales de uso corriente como el "*y*" y el "*o*", que construye clásicamente a partir de la implicación y la negación, sino incluso un cierto número de funtores proposicionales monádicos, destinados a captar los diversos matices de la filosofía hegeliana; por ejemplo, un *funtor de la aserción fuerte* (T*p*) que propone leer

se da el caso que y se da el caso solamente que p

un *funtor de la negación fuerte* ($\bar{N}p$) que se define como la *negación débil* de la *aserción fuerte*:

$$\bar{N}p \underset{\text{def}}{=} NTp$$

un *funtor de la protensión* ($\vec{H}p$) que se puede leer

se da el caso ya que p

un *funtor de la retención* ($\overleftarrow{H}p$)

se da el caso todavía que p

etc.

Rogowski postula diez axiomas y utiliza como reglas de inferencia las clásicas reglas de *reemplazamiento, substitución* y *separación*, adaptadas en cada caso a las características de su sistema. Las tesis que obtiene sobre esta base tienen claramente la característica de que no se puede hacer corresponder a ninguna de ellas con una tautología del *cálculo* clásico de *proposiciones*; Rogowski demuestra efectivamente que cualquier expresión que no se escriba más que con los dos funtores de la *implicación* y la *negación débil* (asimilables respectivamente a la *implicación* y la *negación* del *cálculo* bivalente de *proposiciones*) no puede ser una tautología (es decir, no puede haber en todas partes el *valor característico v*) según la tabla de verdad mencionada más arriba y no puede por ello deducirse de su axiomática. Por esta raón no se encuentra en el sistema de Rogowski la expresión clásica del *principio de contradicción*:

No se da que p y no p.

ausencia que permite otorgar un sentido auténticamente lógico a la tesis hegeliana de la implicación de la contradicción en el cambio y el movimiento.

Esta eliminación del clásico *principio de contradicción* en el sistema de Rogowski no impide evidentemente al sistema ser no-contradictorio. El autor demuestra en efecto que, si *p* designa una *expresión* cualquiera *bien formada*, no sólo no se puede establecer a la vez en el sistema "*p*" y "N*p*", sino, que incluso no se pueden establecer jamás dos de las cuatro proposiciones: "$\overrightarrow{\mathrm{N}}p$", "*p*", "$\overleftarrow{\mathrm{N}}p$" y "N*p*". Rogowski lleva finalmente el rigor formal de la presentación de su sistema hasta probar incluso su completitud, así como la independencia de cada uno de sus diez axiomas.

Una tal cantidad de esfuerzos aplicados a la elaboración lógica del sistema convierten a este trabajo en un trabajo digno, por sus cualidades formales, de la gran tradición lógica polaca. Por el contrario, esta perfección lógica formal deja evidentemente intacto el problema de saber si el sistema así obtenido capta bien el objeto mismo de la formalización: en este caso el pensamiento de Hegel, ante tal concepción de Santo Tomás o tal otra intuición de Wittgenstein. La última palabra sobre este punto la tiene el historiador de la filosofía, no el lógico; de la misma forma que, cuando analizábamos sistemas cuya ambición directa era proporcionar una expresión lógica del tiempo en sí mismo, nada reemplazaba al fin (o al principio) la confrontación última (o primaria) con el objeto intencional.

Conclusión

Hemos intentado dar una idea de la diversidad de investigaciones contemporáneas en torno a la lógica del tiempo. A pesar de este esfuerzo, no podemos pretender haber sido exhaustivos. Incluso dejando aparte trabajos que, en la abundancia de la investigación actual, hayan podido ocultarse a nuestra atención, no hemos incluído, intencionadamente, estudios tendentes a la formalización del tiempo cuando esos estudios nos han parecido, tal vez equivocadamente, más míticos que filosóficos o científicos, y ello para aligerar nuestro discurso; así, no nos hemos detenido en los nada despreciables análisis de la concepción de origen neoplatónico de un tiempo circular[1], cuyo curso, al término de cada Gran Año, devolvería al mismo punto el flujo de las cosas: representación esta tan extendida aún incluso en la Edad Media, que en 1277 el obispo de París se creía obligado a excomulgar a sus defensores[2]. Por lo mismo, no hemos hecho mención alguna de aquellos trabajos destinados a fundar la *lógica de la datación* o la *del tiempo gramatical* sobre la base de la trivalencia: incluso antes de cualquier aplicación al tiempo, la trivalencia, tal como la elaboró Lukasiewicz, nos parece desembocar en ciertos resultados demasiado discordantes con nuestra intuición fundamental para que el filósofo pueda esperar hacer de ella un instrumento de clarificación[3].

Pues precisamente deseríamos concluir nuestra exposición con las posibilidades que la lógica del tiempo, como *instrumento de clarificación*, pone en manos del filósofo. Incluso aquél que dudara efectivamente del

---

[1] Se encontrarán en particular numerosas alusiones a la lógica del tiempo circular en las obras de **Prior**, *Past, present and future*, y de **Rescher** y **Urquhart**, *Temporal logic*.

[2] Cf. **Duhem**, *Le Système du monde*, t. VII, pp. 441-444.

[3] Una visión de conjunto de las posibilidades abiertas a la lógica del tiempo por la trivalencia se puede encontrar en el capítulo XVIII, pp. 213-227 de **Rescher** y **Urquhart**, *Temporal logic*. **Prior**, en *Past, present and future*, p. 135, expresa por el contrario las mismas reservas hacia la trivalencia que nosotros aquí. La justificación de tales reservas, y la hemos expuesto en un artículo al cual nos contentaremos con remitir al lector: **J. L. Gardies**, Las particularidades del sistema proposicional trivalente de Lukasiewicz, ¿se explican por el conflicto de dos exigencias?, *Studia Logica*, Varsovia, t. XXIX, 1971, pp. 149-154.

interés lógico-matemático de las propiedades evocadas en las páginas anteriores, ¿tendría derecho a desconocer el valor de un instrumento susceptible de abrir a los filósofos, si no el siempre problemático saber acerca de lo que es, si al menos el indispensable saber acerca de lo que dicen? No tomaremos como ejemplo más que una inocente proposición filosófica, aquella según la cual una de las mayores características del tiempo es que "su curso tiene una dirección definida del pasado al porvenir"[4]. Los análisis precedentes bastan para mostrar que esta proposición oculta afirmaciones que son cualquier cosa menos simples.

1) Subrayar la orientación del tiempo *desde* el pasado *hacia* el porvenir puede consistir únicamente en afirmar la disimetría profunda entre las líneas del tiempo por una parte y otra del instante presente, en oponer a la unilinealidad del pasado la multilinealidad del porvenir; en tal caso, habíamos visto en el capítulo III[5] que nos bastaba, para obtener el sistema correspondiente, admitir un axioma como Ax $4^{\star}$ o Ax$'7^{\star}$ y rechazar correlativamente axiomas como Ax 4 y Ax$'$ 7.

2) Pero subrayar esta orientación del tiempo puede significar además que se rehusa conocer esta simetría expresada en la *regla del espejo* entre dos proposiciones como

$$p \supset \mathrm{GP}p$$

y

$$p \supset \mathrm{HF}p.$$

Pues la irrevocabilidad del pasado, se podría decir que nos obliga a admitir

Si p, entonces se dará siempre que se ha dado que p.

(A partir del instante en que Napoleón muere en Santa Elena, se dará siempre que Napoleón murió en Santa Elena), mientras que el indeterminismo del futuro nos forzaría a rechazar:

Si p, entonces se ha dado siempre que se daría que p.

(En el momento en que Napoleón muere en Santa Elena, nada nos autoriza a pensar que se ha dado siempre que habría de morir en Santa

[4] En este caso la cita es de Peirce, *Collected Works*, 6.127; pero podría pertenecer a cualquiera.

[5] Cf. más arriba, pp. 51-52 y pp. 60-61.

Elena). Pero es fácil mostrar que la primera de estas dos proposiciones equivale al axioma 2 de nuestro capítulo III[6]:

$$\text{Ax 2} \quad F \sim P \sim p \supset p$$

mientras que la segunda equivale a:

$$\text{Ax } 2^{\star} \quad P \sim F \sim p \supset p.$$

Para captar una concepción semejante de la orientación del tiempo, nos sería preciso admitir Ax 2 y rechazar Ax $2^{\star}$, admisión y rechazo enteramente independientes de la admisión de Ax $4^{\star}$ y del rechazo de Ax 4 que señalábamos en el párrafo precedente.

3) Pero suponiendo que no rechazásemos ni Ax $2^{\star}$ ni Ax 4, ¿se seguiría por ello que nuestra representación del tiempo se habría despojado entonces de toda orientación *del* pasado *hacia* el porvenir? Esta noción de *orientación* guardaría entonces, en nuestra opinión, el sentido de que, de la comparación de Ax 2 y Ax $2^{\star}$, podríamos deducir la proposición

$$PGp \supset GPp$$

así como su "reflejo en el espejo"

$$FHp \supset HFp$$

pero que no obtendríamos sus inversas

$$GPp \supset PGp$$
$$HFp \supset FHp.$$

La orientación del tiempo significa en este caso que, de las dos primeras proposiciones, no sabríamos encontrar ningún contra-ejemplo, mientras que, para las dos últimas, los contra-ejemplos no faltan, como esas proposiciones manifiestamente absurdas:

- *Si se dará siempre que he herido a Juan, entonces se ha dado que le heriré a cada instante.*
- *Si se ha dado siempre que moriré un día, entonces se dará un día que habré muerto a cada instante.*

---

[6] Cf. más arriba, pp. 49-50.

De este modo los análisis precedentes nos permiten denunciar la afirmación aparentemente banal de que el tiempo tiene un curso como una confusa metáfora, y separar de ella afirmaciones distintas de las que el mero mirar filosófico no suponía sin embargo su independencia. Sin el apoyo de la formalización la reflexión se arriesga a no poder apoyarse más que sobre imágenes, como la heraclitiana del río, tanto menos apta para proporcionar a nuestra representación del tiempo un elemento exterior de comparación cuanto que esta representación del tiempo es ya indispensable fundamento de nuestra representación del deslizarse del río. La facilidad que tenemos para comparar el tiempo con ciertos objetos naturales, de los que decimos que tienen un curso, es tanto más irrisoria cuanto que la noción de *curso* que aplicamos a estos objetos remite a la categoría de *tiempo*; además de que esos objetos de los que decimos que tienen un curso pueden estar o no estar marcados por *afluentes* y *deltas*, y las modalidades de su *descenso* y de su *remonte* no presentan, entre los dos casos, sino lejanas analogías.

Este ejemplo nos lleva a esperar, no que un cálculo del tiempo venga a sustituir un día a la metafísica del tiempo, sino, más humildemente, que el uso propedéutico de la formalización, obligando al filósofo a distinguir todas las afirmaciones mezcladas y a percibir a cambio todas las implicaciones enmascaradas bajo el manto de la metáfora, le inspire al menos a la reflexión filosófica sobre la naturaleza del tiempo la exigencia ascética de despojarse de sus oropeles y alejarse de sus coartadas.

Bibliografía

Anscombe (G.E.M.), Before and after, *The philosophical review*, vol. 73, n.º 1, Enero 1964, pp. 3-24.

Aquist (Lennart), "Next" and "ought". Alternative foundations for von Wright's tense logic, with an application to deontic logic, *Logique et analyse*, n.º 34, Junio 1966, pp. 231-251.

Aristote, *Organon*, trad. Tricot, París, Vrin, 1959.

Augustin (Saint), *Confession*, 2 tomos, Collection des Universités de France, París, "Les Belles-Lettres", trad. P. **De Labriolle**, 1961.

Augustynek (Zdzislaw), Past, present and future in relativity, *Studia logica*, XXV, 1, 1976, pp. 45-53.

Becker (Oskar), Zur Rekonstruktion des *Kyrieuon Logos* des Diodorus Kronos, *Erkenntnis und Verantwortung: Festschrift für Theodor Litt*, herausgegeben von J. **Derbolav** und F. **Nicolin**; Düsseldorf, 1961, pp. 250-263.

Blanche (Robert), Sur l'interprétation du κυριευων λογοϛ, *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, vol. 15, 1965, pp. 133-149.

Bochenski (I.M.), *Formale Logik*, Freiburg, München, Verlag Karl Alber, dritte Auflage, 1970.

Bolzano (B.), *Grundlegung der Logik*, (Wissenschaftslehre I/II). Hamburg, Felix Meiner, 1963.

Bull (R. A.), An algebraic study of diodorean modal systems, *Journal of symbolic logic*, vol. 30, n.º 1, Marzo 1965, pp. 58-64.

– An algebraic study of tense logics with linear time, *Journal of symbolic logic*, vol. 33, n.º 1, Marzo 1968, pp. 27-38.

Bunge (Mario), Physical time: the objective and relational theory, *Philosophy of science*, vol. 35, n.º 4, Diciembre 1968, pp. 355-388.

Clifford (John E.), Tense logic and the logic of change, *Logique et analyse*, n.º 34, Junio 1966, pp. 219-230.

Cocchiarella (Nino B.), *Modality within tense logic*, resumido en *Journal of symbolic logic*, vol. 31, n.º 4, Diciembre 1966, pp. 690-691.

Dubarle (D.) y **Doz** (A.), *Logique et dialectique*, París, Larousse, 1972, coll. "Sciences humaines et sociales".

Duhem (Pierre), *Le système du monde*, 10 tomos, París, Hermann.

Dummett (M.A.E.), y **Lemmon** (E.J.), Modal logics between S4 and S5, *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, vol. 5, 1959, pp. 250-264.

Earman (John), Notes on the causal theory of time, *Synthèse*, vol. 24, números 1 y 2, Julio-Agosto 1972, pp. 74-86.

Findlay (J.N.), Time: a treatment of some puzzles, *Australasian Journal of Psychology and Philosophy*, Diciembre 1941, pp. 216-235; reeditado en A.G.N **Flew**, *Logic and language*, first series, Oxford, 1961.

Gabbay (Dov M.), *Investigations in model and tense logics with applications to problems in philosophy and linguistics*, Dordrecht, Reidel Publishing Co. 1976.

Gale (Richard M.), *The language of time*, International library of philosophy and scientific method, London, Routledge & Kegan Paul, 1968.

Geach (Peter T.), Some problems about time, *Proceedings of the british academy*, vol. 51, 1965, pp. 321-336.

Gonseth (Ferdinand), Temps et syntaxe, *Dialectica*, vol. 22, fasc. 3-4, 1968, pp. 207-213.

Hintikka (Jaakko), Aristotle and the "Master argument" of Diodorus, *American philosophical quarterly*, vol. 1, 1964, pp. 101-114.

Kant (Immanuel), *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis* (la disertacion de 1770), trad. **Mouy**, París, Vrin, 3 ed., 1967.
–*Kritik der reinen Vernunft*, Hamburg, Felix Meiner, 1952.
Kubinski (Tadeusz), Kryterium matrycowe dla logiki zmiany von Wrighta (Un criterio matricial para la lógica del cambio de von Wright), *Ruch Filozoficzny*, 30 (1972), pp. 43-47.
Larouche (Laurent), Examination of the axiomatic foundations of a theory of change, *Notre Dame Journal of formal logic*,
–Parte I en vol. IX, n.º 4, Octubre 1968, pp. 371-384.
–Parte II en vol. X, n.º 3, Julio 1969, pp. 277-284.
–Parte III en vol. X, n.º 4, Octubre 1969, pp. 285-409.
–Parte IV en vol. XII, n.º 3, Julio 1971, pp. 378-380.
–Parte V en vol. XIII, n.º 1, Enero 1972, pp. 53-68.
Lehrer (Keith) y **Taylor** (Richard), Time, truth and modalities, *Mind*, vol. 74, 1965, pp. 390-398.
Łos (Jerzy), Podstawy analizy metodologicznej kanonow Milla (Fundamentos del análisis metodológico de los cánones de Mill), *Annales Universitatis Mariae Curie-Sklodowska*, vol. 2, 1947, pp. 269-301.
Luce (David R.), A calcul of "before", *Theoria*, vol. 32, 1966, pp. 24-44.
McCall (Storrs), Objetive time flow, *Philosophy of Science*, vol. 43, n.º 3, Septiembre, 1976, pp. 337-362.
McKim (Vaughn R.) y **Davis** (Charles C.), Temporal modalities and the future, *Notre-Dame Journal of formal logic*, vol. XVII, n.º 2, Abril, 1976, pp. 233-238.
Peirce (Charles Sanders), *Collected papers*, 8 vol., Cambridge, Massachusetts, The Balknap Press of Harvard University Press, 1965-1967.
Pieters (Jean), Et en même temps, *Logique et analyse*, números 59 y 60, Septiembre-Diciembre 1972, pp. 583-591.
Prior (Arthur N.), Dioderean modalities, *Philosophical quarterly*, vol. 5, Julio 1955, pp. 205-213.
–*Time and modality*, Oxford, At the Clarendon Press, 1957.
–The syntax of time distributions, *Franciscan Studia*, vol. 18, 1958, pp. 105-120.
–Diodorus and modal logic: a correction, *Philosophical quarterly*, vol. 8, Julio 1958, pp. 226-230.
–Tense logic and the continuity of time, *Studia Logica*, vol. 13, 1962, pp. 133-151.
–Postulates for tense logic, *American philosophical quarterly*, vol. 3, n.º 2, Abril 1966, pp. 153-161.
–*Past, present and future*, Oxford, At the Clarendon Press, 1967.
–Now, *Nous*, vol. 2, 1968, pp. 101-119.
–Time and change, *Ratio*, vol. 10, 1968, pp. 173-177.
–*Papers on time and tense*, Oxford, At the Clarendon Press, 1968.
–Tensed propositions as predicates, *American philosophical quarterly*, vol. 6, 1969, pp. 290-297.
Reichenbach (Hans), *Elements of symbolic logic*, New York, 1947.
Rescher (Nicholás), On the logic of chronological propositions, *Mind*, vol. 75, 1966, pp. 75-96; reeditado en **Rescher**, *Topics in philosophical logic*, Dordrecht, 1969.
–*Temporal modalities in arabic logic*, Dordrecht, Reidel Publishing Company, 1967.
–y **Garson** (James), A note on chronological logic, *Theoria*, vol. 33, 1967, pp. 39-44.
–y **Garson** (James), Topological logic, *Journal of symbolic logic*, vol. 33, n.º 4, Diciembre 1968, pp. 537-548.
–y **Urquhart** (Alasdair), *Temporal logic*, Vienne, New York, Springer-Verlag, 1971.
Rogowski (Leonard Slawomir), *Logika kierunkowa a heglowska teza o sprzecznosci zmiany* (*La lógica direccional y la tesis de Hegel sobre la contradicción del cambio*), Towarzystwo naukowe w toroniu, Torun, 1964.
Schindler (Patrick), Tense logic for discrete future time, *Journal of symbolic logic*, vol. 35, n.º 1, Marzo 1970, pp. 105-118.
Segerberg (K.), On the logic of tomorrow, *Theoria*, vol. 33, 1967, pp. 45-52.
Šesiç (Bogdan V.), *Logic of change*, pubblicazioni a cura del Centro superiore di logica e scienze comparate, Bologna, Azzoguidi, 1972.
Stahl (Gerold) Quelques relations entre temporalité de re et temporalité de dicto et leur exten- 1961, pp. 501-507.

—Termes temporels dans des systèmes fonctionnels, *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, n.º 3, Julio-Septiembre 1974, pp. 293-303.

Stahl (Gerold) Quelques relatios entre temporalité de re et temporalité de dicto et leur extension aux modalités, *Revue philosophique de la France et de l'etranger*, n.º 2, Abril-Junio, 1976, pp. 165-178.

Thomas d'Aquin (Saint), Commentaria in Aristotelis libros peri hermeneias et posteriorum analyticorum, in *Sancti Thomae Aquinatis opera omnia*, tomus primus, ex typographia polyglotta S.C. de propaganda fide, 1882.

Wright (Georg Henrik von), *Norm and action*, London, Routledge & Kegan Paul, 1963.

—And next, *Acta philosophica fennica*, fasc. XVIII, Helsinki, Akateeminen kirjakauppa, 1965, pp. 293-304.

—And then, *Commentationes physio-mathematicae of the finnish society of sciences*, vol. 32, n.º 7, 1966.

—Quelques remarques sur la logique du temps et les systèmes modales (*sic*), *Scientia*, Noviembre-Diciembre 1967, pp. 1-8.

—Always, *Theoria*, vol. 34, 1968, pp. 208-221.

—An essay in deontic logic and the general theory of action, *Acta philosophica fennica*, fasc. XXI, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1968.

—*Time, change and contradiction*, Cambridge University Press, 1969.

Zwart (P. J.), The flow of time, *Synthese*, vol. 24, n.º 1 y 2, Julio-Agosto 1972, pp. 133-158.

Conozca el amplio fondo editorial de PARANINFO y solicite Catálogo y folletos informativos de la

COLECCION "LOGICA Y TEORIA DE LA CIENCIA"

- *Compendio de Lógica Matemática* de Bochensky.

  La Lógica Matemática es hoy la base de la "Cibernética", factor importante de nuestra civilización, y potente instrumento de análisis de todos los tiempos. La Lógica Matemática es ya imprescindible hoy para el hombre culto, el filósofo, el estudioso.

- *Lógica Inductiva y Probabilidad* de M. Boudot.

  Un examen exhaustivo de las numerosas tentativas se han realizado para constituir una lógica inductiva probabilitaria. La obra pone en tela de juicio la existencia de una lógica inductiva y la posibilidad de que exista una lógica formal.

- *Filosofía de la Ciencia Empírica* de Martínez Freire.

  La obra que deben conocer y manejar Filósofos, Pedagogos, Psicólogos y, en general, todos los interesados en el estudio de la ciencia empírica e inductiva. A través de la amplia obra de Whewell el autor nos lleva al conocimiento del empirismo.

De venta en las buenas librerías y en

PARANINFO

Magallanes, 25
Meléndez Valdés, 65
Madrid - 15.

EDITORIAL
PARANINFO S.A.
Magallanes, 25.—Madrid-15.